علم النفس الإحصائي

دكتور عباس محمود عوض
أستاذ علم النفس
كلية الآداب - جامعة الإسكندرية

دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - الأزاريطة - ت ٤٨٣٠١٦٣
٣٨٧ ش قناة السويس - الشاطبي - ت ٥٩٧٣١٤٦

علم النفس الاجتماعي

علم النفس الإحصائي

دكتور عباس محمود عوض
أستاذ علم النفس
كلية الآداب - جامعة الإسكندرية

١٩٩٩

دار المعرفة الجامعية
٤٠ ش سوتير - الأزاريطة - ت ٤٨٣٠١٦٣
٣٨٧ ش قنال السويس - الشاطبي - ت ٥٩٧٣٠٤٦

إِنَّمَا يُوَفَّى الصَّابِرُونَ أَجْرَهُم بِغَيْرِ حِسَابٍ

صَدَقَ اللهُ العَظِيم



الأبحاث العلمية ليست صيغاً بلاغية انشائية، إنما هي أسلوب علمي. بالأرقام. ولهذه الأرقام دلالتها ومعناها، لذا، فقد أخذت الأبحاث التجريبية الاحصاء وسيلة لها تدعمها وتجرد نتائجها فلا تجعلها تتيه في لغة الانشاء، وبذا يتمكن الباحث من عرض نتائجه في وضوح وتجرد مدعم.

وأبحاث علم النفس الحديث إنما هي أبحاث تجريبية، تجمع بين التحليل الكمي والكيفي، والتحليل الكمي وسيلته الأرقام، والأرقام الخام لا معنى لها إنما هي تكتسب معناها من علاقاتها بعضها ببعض ومن محكات تفسرها، لذلك ينبغي لمن يتصدى لعلم النفس اليوم دارساً له أو باحثاً فيه، أن يؤهل لفهم أبحاثه وأساليبها، ويصبح بعد ذلك أهلاً للتصدي.

والباحث في العلوم الانسانية يحتاج لفهم الاحصاء كلغة علمية ذات دلالة وأهمية، وليس معنى هذا أن يصبح هذا الباحث متخصصاً في الاحصاء، إنما كل ما يحتاج إليه هو أن يلم بهذه اللغة وأساليبها دون الدخول في أسسها الرياضية ومتاهاتها ومن ثم يقدر أن يتخير منها ما يعينه على القيام ببحثه العلمي التجريبي ذلك بعد فهم للأسس التكنيكية للبحث العلمي.

وإذا ما تفهم الباحث لغة الاحصاء وأساليبها، استطاع استثمارها، استثماراً جيداً.

والكتاب يستهدف تحقيق هذا الهدف واستجلائه على أن نوقر في وجداننا أن الاحصاء خادم ممتاز ولكنه سيد سيء.

والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل...

دكتور عباس محمود عوض

الفصل الأول

المتغيرات المستمرة والمتغيرات المتقطعة
Discrete Variables & Continuous Variables

نحن نحاول أن ندرس ظاهرة ما، أو سمة معينة، أو قدرة أو استعداد.. أو أن ندرس.. السن أو الدخل أو الضوضاء أو الضغط الجوي، أو أي خاصية من خواص الأشياء أو الموضوعات. أو أي عنصر من العناصر.. أو حادثة من الحوادث.. وهذه كلها ان هي إلا متغيرات Variables.

والمتغير احصائياً إنما هو أي كمية يمكن أن تتخذ درجة من مجموعة من الدرجات الممكنة..

والمتغيرات إما نوعية أو كمية. فالمتغيرات النوعية مثل الجنس والجنسية والمهنة والدين وما إليها، وحين نصنف طلاب الجامعة أو تلاميذ المدارس إلى ذكور واناث، ونصنف الأجانب المقيمين في احدى الدول إلى أمريكان ويوغوسلافيين وانجليز وماليزيين، فاننا نقوم بتصنيف نوعي ولا يهم في ذلك إذا وضعنا الاناث قبل الذكور أو العكس أو وضعنا الأمريكان قبل الانجليز أو أن يحدث العكس. ونطلق على مثل هذه المتغيرات Variables المتغيرات غير المرتبة والمنفصلة.

أما إذا كان لدينا اطوال مجموعة من طلاب الجامعة وحاولنا تصنيفهم حسب الطول، فاننا يمكن أن نرتبهم بأن نضع أطولهم في قمة الترتيب وأقصرهم في نهايته. وبذلك يكون هذا المتغير متغيراً مرتباً. كما يمكن لنا أن نسمي هذا

المتغير بالمتغير المستمر، لأنه من الممكن أن نحصل على درجات للطول لا حصر لها بين أي درجتين.

فبين الدرجتين ١٦٠ سم و١٧٠ سم قد يكون لدينا العديد من الدرجات المستمرة Continuous Grades مثل ١٦٠ ، ١٦١ ، ١٦٢ ، ١٦٣ .. إلخ، بل أن بين الدرجتين ١٦٠ - ١٦١ ، قد يكون لدينا من طوله ١ر١٦٠ ، ٢ر١٦٠ ، ٣ر١٦٠ إلى ٩ر١٦٠ سم ... الخ .. الخ

وقد يكون المتغير مرتباً وغير مستمر، فاذا حاولنا ترتيب أقسام احدى الكليات ومراحلها تبعاً لعدد الطلاب في كل منها فقد نضع في القمة أكبر الأقسام عدداً وفي النهاية أقلها عدداً، ولكن لا يمكننا أن نقول أنه يوجد في أحد الأقسام ٢/١٠٥ طالباً. وكذلك إذا حاولنا ترتيب عدد الأبناء في أسرة من الأسر، فلا يمكننا القول بأنه يوجد في هذه الأسرة ٢/١ ٥ طفل، فهذا المتغير وان كان من المتغيرات المرتبة، إلا أنه متغير منفصل.

اذن يمكن تقسيم المتغيرات إلى :-

١) متغيرات غير مرتبة ومنفصلة كالجنس والدين والجنسية والمهنة واللون وغيرها.
٢) متغيرات مرتبة ومستمرة كالطول والوزن والسن ودرجات الذكاء والدخل وغيرها.
٣) متغيرات مرتبة ومنفصلة كعدد الأبناء في الأسرة وعدد التلاميذ في الفصول المدرسية.

التوزيعات التكرارية

ا لجدولة Tabulation

لو حاول أحد المدرسين تلخيص درجات طلبة الثانوية العامة في مادة الرياضة مثلا في صيغة مفهومة، فان هذه الدرجات إذا كان عدد الطلبة كبيراً

(٧٠٠ مثلاً أو أكثر) فانها ترصد في عدد كبير من الكشوف يستحيل على من يستعرضها أن يأخذ صورة واضحة عنها ، لذا ينبغي أن يلجأ إلى وضعها في جدول واحد يوضح الصورة المطلوبة ، والمثال التالي يعرض لأوزان ٤٠ طالباً بالكيلوجرام ومقربة إلى أقرب كيلوجرام لنتبين كيف يمكن لنا جدولتها ومن ثم وضعها في جدول ويسمى هذا الجدول بالجدول التكراري ، وهذه الدرجات نسميها عادة بالدرجات الخام Raw Scores. وفيما يلي ٤٠ درجة خام لأوزان هؤلاء الطلاب لجدولتها =

(أوزان ٤٠ طالباً مقربة لأقرب كيلو جرام)							
١٣٨	١٦٤	١٥٠	١٣٢	١٤٤	١٢٥	١٤٩	١٥٧
١٤٦	١٥٨	١٤٠	١٤٧	١٣٦	١٤٨	١٥٢	١٤٤
١٦٨	١٢٦	١٣٨	١٧٦	١٦٣	١١٩	١٥٤	١٦٥
١٤٦	١٧٣	١٤٢	١٤٧	١٣٥	١٥٣	١٤٠	١٣٥
١٦١	١٤٥	١٣٥	١٤٢	١٥٠	١٥٦	١٤٥	١٢٨

خطوات عملية الجدولة

١) من هذه الأرقام استخرج أصغر رقم وهو (١١٩) ثم أكبر رقم وهو (١٧٦).

٢) ثم أحسب الفروق بينهما فتكون النتيجة تساوي ١٧٦ - ١١٩ = ٥٧ وهذا الرقم يسمى المدى Range .

٣) وانظر ما إذا كان من الممكن تقسيم المدى إلى فئات متساوية أو أقسام متساوية تتراوح ما بين ١٢ إلى ٢٠ فئة ، على أن يكون حجم الفئة مناسباً . فيكون طول الفئة ١٥ مثلاً أو ١٠ . ويفضل العلماء أن تتراوح

عدد الفئات ما بين ١٢ إلى ٢٠ فئة، ذلك لأسباب سوف نتبينها بعد ذلك، على أن هذا لا يمنع أن يكون عددها أقل من ذلك.

٤) بعد ذلك.. رتب الفئات في عامود واضعاً أصغر الفئات في نهاية العامود ثم اصعد مرتبا لبقية الفئات بعدها ترتيباً تصاعدياً كما يمكن لنا أن نقوم باجراء العكس.

٥) وقد يحتاج الأمر إلى اضافة فئة أخرى في أحد نهايتي العامود أو في كليهما لادخال الأرقام المتطرفة حتى يستوعب الجدول كل الأرقام. وفي مثالنا هذا.. فان طول الفئة سوف يكون (٥) وعدد الفئات سوف يكون (١١). ذلك بقسمة (المدى) ٥٧ ÷ ٥ (وهي طول الفئة) فيكون الناتج (١١).

ونلاحظ أن الرقم ١١٩ لا يدخل في عامود الفئات، كذلك الرقم ١٧٦، لذلك نضيف الفئة ١١٥ - ١١٩ في أسفل العامود حتى يمكننا ادخال الرقم ١١٩ في جدول الفئات، كما نضيف الفئة ١٧٥ - ١٧٩ في قمة العامود لادخال رقم ١٧٦ وبذلك سيكون لدينا ١٣ فئة.

وبعد ذلك نقوم بحصر الأرقام التي تدخل في كل فئة إما باستخدام علامات على شكل خط أو نقطة لكل عدد أو رقم.

ونقوم بحصر هذه العلامات أمام كل فئة ونضعها في عامود نرمز له بالرمز (ك) أي التكرار.

فاذا جمعنا هذه التكرارات، فاننا نحصل على العدد الكلي للدرجات التي لدينا وعددها (٤٠) ونرمز لهذا العدد بالرمز (ن).

وفيما يلي تطبيق لهذه الخطوات

والجدول التالي يبين أوزان (٤٠) طالباً :

(ف) الفئات	الرموز والعلامات	(ك) التكرار
١٧٥ - ١٧٩	١	١
١٧٠ - ١٧٤	١	١
١٦٥ - ١٦٩	II	٢
١٦٠ - ١٦٤	III	٣
١٥٥ - ١٥٩	III	٣
١٥٠ - ١٥٤	~~IIII~~	٥
١٤٥ - ١٤٩	~~IIII~~ III	٨
١٤٠ - ١٤٤	~~IIII~~ I	٦
١٣٥ - ١٣٩	~~IIII~~ I	٦
١٣٠ - ١٣٤	I	١
١٢٥ - ١٢٩	III	٣
١٢٠ - ١٢٤	صفر	—
١١٥ - ١١٩	I	١
	ن =	٤٠

لاحظ ما يأتي =

١) إن لكل فئة حداً أدنى وحداً أعلى .

٢) الحدود المكتوبة لكل فئة ليست هي بالضرورة الحدود الفعلية لهذه الفئة . فإذا كانت الأوزان كما في هذا المثال قد أخذت لأقرب كيلوجرام، فالحدود الفعلية للفئة ١١٥ - ١١٩ هي ١١٤٫٥ و ١١٩٫٥ لأننا أثناء القياس كان الشخص الذي نحصل على طول له قدره ١١٤٫٧ أو ١١٤٫٨ أو ١١٤٫٩ كنا نقربه إلى ١١٩ . أما إذا كنا أخذنا الوزن لآخر كيلوجرام فمعنى هذا أننا كنا نتغاضى عن الكسور فمن كان وزنه

(٩ر١١٥) كنا نعتبر وزنه (١١٥) فقط وحينئذ يكون الحد الفعلي لهذه الفئة الأدنى هو (١١٥) والحد الأعلى لها (٩ر١١٩) .

٣) لسهولة الجدولة ووضوح الجدول فاننا لا نستخدم الحدود الفعلية للفئات كما في مثلنا هذا ولكن ننص في البداية على ما إذا كان القياس قد تم بعملية التقريب أو بالتغاضي عن الكسور وأخذ الأوزان لآخر رقم صحيح .

٤) نحن نحتاج لاجراء العمليات الحسابية والاحصائية إما إلى الحد الأدنى للفئة أو ما نسميه **مركز الفئة** . ومركز الفئة نتخذه على أنه الممثل لكل الدرجات في هذه الفئة ، فاذا أخذنا الفئة ١٤٥ ـ ١٤٩ ، نجد أنه يقع فيها ثمانية وما دمنا لا نعرف من الجدول الدرجات الفعلية لهؤلاء الثمانية فاننا نأخذ الرقم **١٤٧** الذي يمثل مركز الفئة على أنه الممثل لدرجات هؤلاء الثمانية وكأن الجميع كانت أوزانهم ١٤٧ ومن المستحسن أن تكون بداية الفئة تقبل القسمة على طول الفئة .

جدولة التكرار النسبي Tabulation of Frequency Ration

التكرار النسبي لأي فئة هو ببساطة التكرار الذي يقع في هذه الفئة مقسوماً على العدد الكلي للحالات ويتم التعبير عنه بنسبة مئوية والتكرار النسبي يفيدنا : ـ

أولاً : حين نقارن نسبة الحالات التي تقع في أجزاء التوزيع المختلفة .

ثانياً : وعند مقارنة التوزيعات لمجموعات مختلفة كما أن النسبة المئوية تعطي لنا دلالة أقدر من العدد المطلق **Absolute Figures** .

ثالثاً : وهو أيضاً له أهميته حين نتكلم عن التوزيع الاحتمالي .

والجدول التالي يبين التوزيع التكراري النسبي لأوزان ٤٠ طالباً : ـ

(ف) الفئات	(ك) التكرار	التوزيع النسبي ٪
١٧٩ - ١٧٥	١	٢ر٥
١٧٤ - ١٧٠	١	٢ر٥
١٦٩ - ١٦٥	٢	٥ر-
١٦٤ - ١٦٠	٣	٧ر٥
١٥٩ - ١٥٥	٣	٧ر٥
١٥٤ - ١٥٠	٥	١٢ر٥
١٤٩ - ١٤٥	٨	٢٠ر-
١٤٤ - ١٤٠	٦	١٥ر-
١٢٩ - ١٣٥	٦	١٥ر-
١٣٤ - ١٣٠	١	٢ر٥
١٢٩ - ١٢٥	٣	٧ر٥
١٢٤ - ١٢٠	صفر	صفر
١١٩ - ١١٥	١	٢ر٥
	ن = ٤٠	١٠٠٪

بيان التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات وللنسب المئوية:-

عندما نحتاج إلى بيان عدد الأفراد الذين يقعون تحت درجة أو نقطة معينة وأولئك الذين يقعون فوقها وكذلك نسبتهم المئوية، فانه يساعدنا على ذلك التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات وللنسب المئوية لها والذي سوف تتبين فائدته عندما نقوم بحساب الوسيط والترتيب المئوي.

خطوات حساب التكرارات المتجمعة الصاعدة:-

- نبدأ من نهاية عامود التكرارات في توزيعنا الحالي ونجمعها على التوالي، وفي هذا التوزيع نقوم بجمع واحد + صفر، وهو التكرار الثاني من

أسفل، فتكون النتيجة واحد، فنضع هذا (الواحد) في عامود جديد يطلق عليه التكرار المتجمع الصاعد، وإذا أضفنا هذا المجموع إلى التكرار في الفئة الثالثة، فيكون المجموع (٤) وهذا الرقم نضيف إليه بعد ذلك تكرار الفئة الرابعة فيكون المجموع (٥)، فاذا أضفنا إليه التكرار في الفئة الخامسة يكون العدد (١١) وهكذا حتى نصل إلى آخر فئة لنصل بالعدد إلى (٤٠).

- يبين كل رقم في التكرار المتجمع الصاعد عدد الأفراد أو التكرارات تحت الحد الأدنى الفعلي للفئة التالية لها. ففي الفئة السادسة يدل الرقم (١٧) على أن هناك (١٧) طالباً أوزانهم أقل من ١٤٤٫٥ وهذه هي الفئة التي تمثل الحد الأدنى للفئة التالية (١٤٥ - ١٤٩) وتمثل الحد الأعلى في الوقت نفسه للفئة (١٤٠ - ١٤٤).
- كما يمكن الحصول على الترتيب المئوي للمتجمع الصاعد بقسمة كل عدد في عامود التكرار المتجمع الصاعد على العدد الكلي للدرجات ٤٠ ووضع النسبة المئوية التي يتم الحصول عليها في عامود رابع وأمام كل فئة ونطلق على هذا العامود النسبة المئوية للمتجمع الصاعد.

التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات
وللنسب المئوية لأوزان ٤٠ طالباً

(ف) الفئات	(ك) التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	النسبة المئوية للتكرار المتجمع الصاعد
١٧٥ - ١٩٧	١	٤٠	١٠٠٫–
١٧٠ - ١٧٤	١	٣٩	٩٧٫٥
١٦٥ - ١٦٩	٢	٣٨	٩٥٫–
١٦٠ - ١٦٤	٣	٣٦	٩٠٫–
١٥٥ - ١٥٩	٣	٣٣	٨٢٫٥
١٥٠ - ١٥٤	٥	٣٠	٧٥٫–
١٤٥ - ١٤٩	٨	٢٥	٦٢٫٥

النسبة المئوية للتكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع الصاعد	(ك) التكرار	(ف) الفئات
٥ر٤٢	١٧	٦	١٤٠ – ١٤٤
٥ر٢٧	١١	٦	١٣٥ – ١٣٩
٥ر١٢	٥	١	١٣٠ – ١٣٤
–ر١٠	٤	٣	١٢٥ – ١٢٩
٥ر٢	١	صفر	١٢٠ – ١٢٤
٥ر٢	١	١	١١٥ – ١١٩
		ن = ٤٠	

التمثيل البياني Graphic Presentation

يمكننا أن نمثل الدرجات التكرارية والتكرارات النسبية برسوم بيانية أهمها المدرج التكـــراري Frequency Histogram والمضلــع التكـــراري Frequency Polygon والمنحنى التكراري الصاعد Frequency Curve .

خطوات رسم المدرج التكراري Frequency Histogram :-

١) نرسم خطاً أفقياً وآخر عمودياً يلتقي في نهايته من على اليسار .

٢) ثم نضع الفئات على المحور الأفقي الذي نطلق عليه عادة المحور س بعد تقسيمه إلى أقسام متساوية تاركين مسافة في نهايته تساوي كل مسافة من المسافات الأخرى التي قسم إليها هذا المحور .

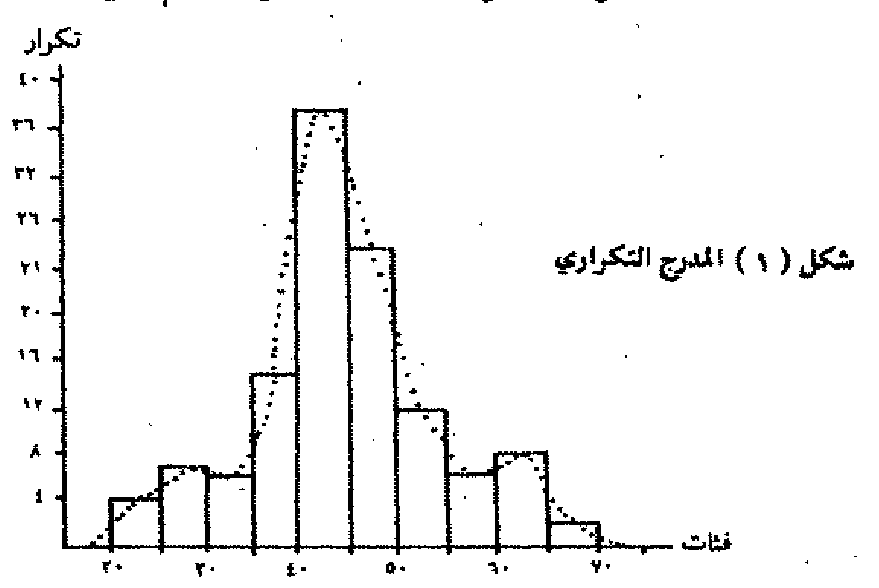
٣) نجعل المحور الرأسي الذي يطلق عليه عادة الرمز ص يمثل التكرارات في كل فئة أو النسب المئوية ذلك في حالة إذا ما كان الرسم سيمثل التكرار النسبي .

٤) نرسم بعد ذلك خطاً أفقياً موازياً للمسافة التي تمثلها الفئة على المحور الأفقي عند التكرار في هذه الفئة كما يتبين على المحور الرأسي ثم نسقط

أعمدة من نهاية الخطوط الأفقية التي قمنا برسمها لتلتقي بحدود الفئات . فهذا يعطينا المدرج التكراري المطلوب .

٥) نلاحظ أن كل عمود يمثل مساحة هذه المساحة تمثل جزء من المساحة الكلية للمدرج والمساحة الكلية تمثل وحدة أي واحد صحيح بالتالي مساحة كل عمود تمثل نسبة من هذه الوحدة .

يلاحظ أن الأعمدة التي أسقطها ستكون مشتركة كحدود فاصلة بين كل فئة وأخرى أي أن الرسم سيكون في شكل أعمدة ملتصقة ومشتركة بين الفئات المتلاصقة . على أن يمثل التكرار بمستطيل مرسوم على الفئة كلها .



شكل (١) المدرج التكراري

خطوات رسم المضلع التكراري Frequency Polygon

١) نرسم المحورين س ، ص ونجعل المحور الأفقي « س » للفئات والمحور الرأسي « ص » للتكرارات وذلك بنفس الطريقة التي سبق شرحها في رسم المدرج التكراري .

٢) نمثل للتكرارات بنقطة أو بعلامات « X » نضعها مباشرة فوق مركز الفئات وعند النقطة التي تمثل مراكز هذه الفئات .

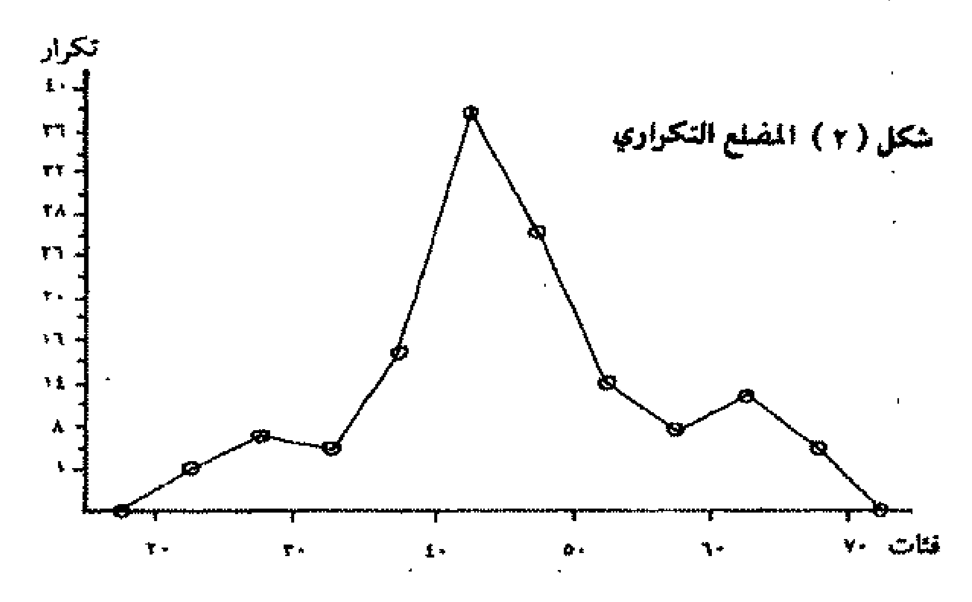
٣) نقوم بتوصيل هذه النقط أو العلامات بخطوط مستقيمة فينشأ لدينا مضلع تكراري .

٤) وحتى يتم استكمال المضلع نوصل النقط التي تمثل التكرار في الفئتين المتطرفتين إلى منتصف المسافة التي تركناها على كل طرف من أطراف المحور (س) .

ويلي هذا مضلع تكراري رسم على المدرج التكراري السابق بعد رسم أعمدته منقوطة لنبين الفرق بين الاثنين .

٥) ويلاحظ من الرسم أن مساحة المضلع التكراري **Polygon** تساوي مساحة المدرج التكراري **Histogram** .

والرسم التالي يمثل مضلع تكراري لأوزان ٤٠ طالباً : ـ



شكل (٢) المضلع التكراري

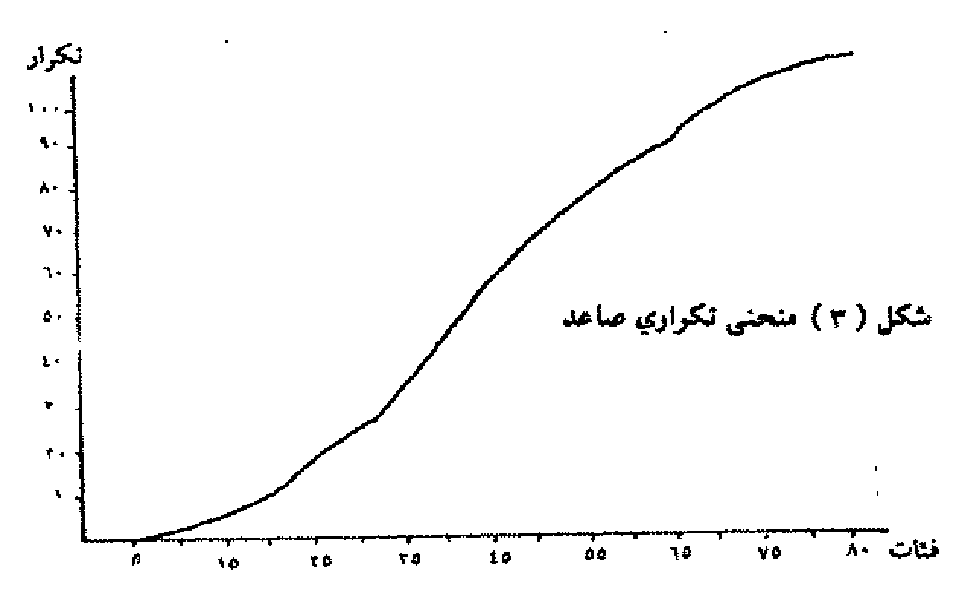
المنحنى الصاعد

نتوصل إلى الحصول على المنحنيات الصاعدة باستخدام التكرارات المتجمعة الصاعدة للدرجات الخام أو للنسب المئوية والتي سبق أن شرحنا كيفية التوصل إليها .

خطوات رسم المنحنى الصاعد :-

١) سنقوم برسم المحورين س، ص كما في المدرج التكراري والمضلع التكراري بحيث يمثل المحور الأفقي « س » فئات الدرجات ويمثل المحور « ص » التكرارات الصاعدة.

٢) في هذا النوع من الرسوم البيانية نضع النقط التي تمثل التكرارات **في نهاية الفئة** بدلاً من **مركز الفئة** كما في **المضلع التكراري** وهذا من الاختلافات الهامة بين الرسمين بالاضافة إلى اختلاف ما يمثله المحور « ص » في كلا الرسمين، ذلك أنه في المنحنى الصاعد يمثل التكرارات الصاعدة كما سبق القول



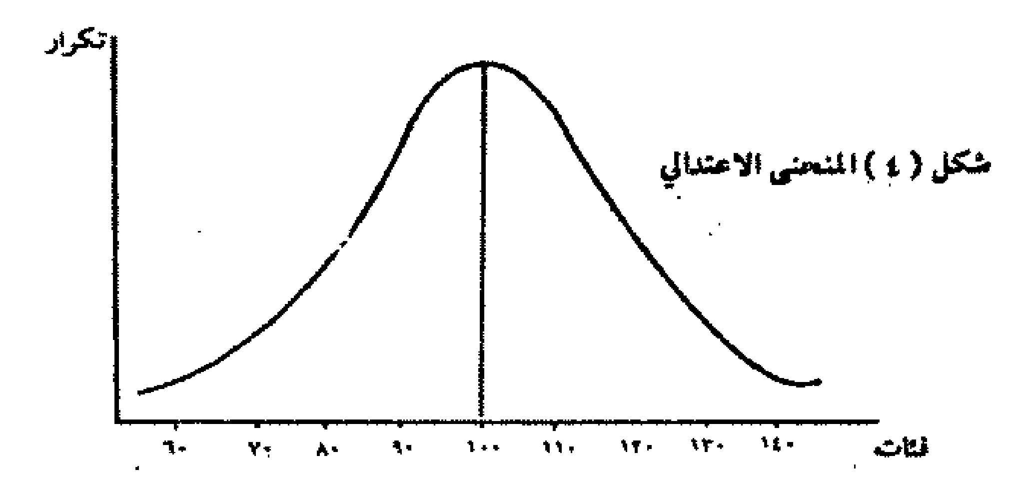
شكل (٣) منحنى تكراري صاعد

الأنواع الأخرى للمنحنيات

١) المنحنى الاعتدالي Normal curve

ويسمى المنحنى الاعتدالي أو المنحنى الجرثي او المنحنى العرضي أو المنحنى الاحتمالي، ويتميز هذا المنحنى في شكله بالسيمترية أي أننا إذا أسقطنا عمودا من قمته إلى قاعدته فانه يقسمه قسمين متساويين ينطبقان

على بعضها تمام الانطباق وهذا التوزيع المثالي توزيع فرضي لأننا نفترض أننا إذا اخترنا أية مجموعة بطريقة عشوائية من جمهور كبير وطبقنا على أفراده أي اختبار فلا بد أن تتوزع الدرجات على هذا الشكل، بمعنى أننا نفترض أن السمات المختلفة أو القدرات أو الاستعدادات والتي يمكن قياسها توزع بين الأفراد جميعاً في هذا الشكل، ونظراً لما لهذا المنحنى من أهمية في علم الاحصاء وفي علم النفس، لذلك سوف نتناوله بعد قليل بشيء من التفصيل، ونورد فيما يلي رسماً يبين شكل هذا المنحنى ويلاحظ أن لهذا المنحنى قمة واحدة، ذلك لأن فئة من فئاته تتوافر فيها التكرارات أكثر من أي فئة أخرى.

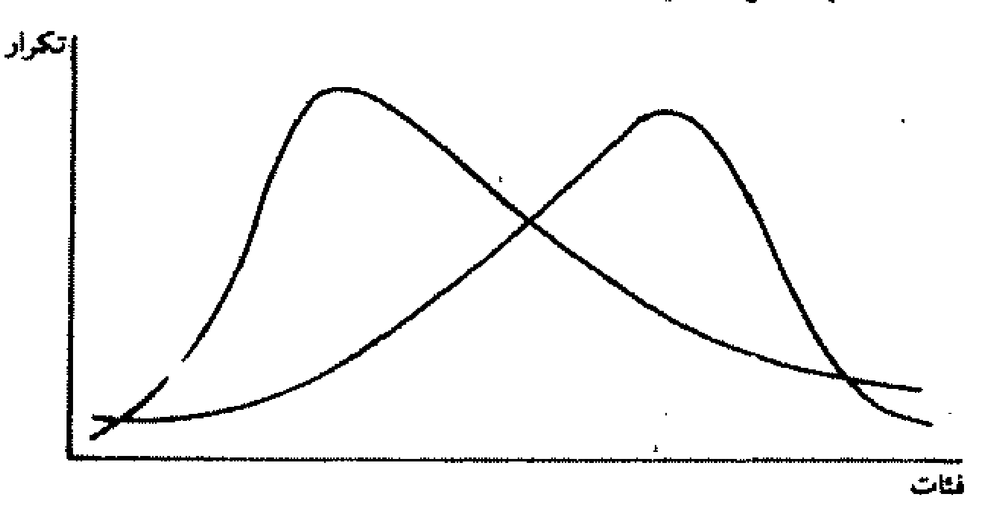


شكل (٤) المنحنى الاعتدالي

٢) المنحنيات الملتوية :-

كثيراً ما ينتج لدينا بعد توزيع الدرجات منحنى ذو قمة واحدة ولكنه ملتوي يميناً أو يساراً أي أن الفئة التي تتواتر فيها التكرارات أكثر من غيرها تميل ناحية الدرجات المرتفعة ويكون الالتواء إلى **اليمين** أو تميل ناحية الدرجات المنخفضة ويكون الالتواء إلى **اليسار** وفي الحالة الأولى نسمي المنحنى منحنى ملتوي سلبياً وفي الحالة الثانية نسميه منحنى ملتو ايجابياً . وسوف نتبين معنى ذلك في شرحنا للمقاييس التي تسمى بمقاييس النزعة المركزية والشكلان المتتاليان يمثلان منحنيين ملتويين

أحدهما ملتوياً التواءاً سلبياً والآخر ملتوياً التواءاً ايجابياً .



شكل (٥) الالتواء الموجب والالتواء السالب

٣) المنحنيات ذات القمتين :-

قد ينتهي التوزيع بنا إلى الحصول على رسم بياني في شكل منحنى ذي قمتين أي توجد فيه فئتان يتواتر فيهما التكرار أكثر من غيرهما من الفئات كما قد يكون هناك في بعض التوزيعات أكثر من قمتين .

تمهيد المنحنيات Smoothing of the curves : -

في المضلع التكراري وفي المنحنى الصاعد نلاحظ أنه نتيجة لتوصيل النقط التي تمثل التكرارات بخطوط أن المنحنى ليست فيه تسوية أي أنه ليس ممهداً فإما أن تتم التسوية والتمهيد باليد أو بالطريقة التي يطلق عليها طريقة المتوسط المتحرك Moving average or Runing average

خطوات تمهيد المنحنيات :-

نحصل على الدرجة الممهدة للفئة بأن نجمع تكرارات هذه الفئة على تكرارات الفئة اللاحقة والسابقة ونقسم الناتج على ٣ وفي توزيعنا السابق هي صفر + ١+ صفر = ١ مقسوماً على ٣ = ٣ر- تقريباً .

فاذا أخذنا الفئة التي تليها وتكرارها صفر ويسبقها ١ ويليها ٣ يكون المجموع ٤ بقسمة ٤ على ٣ يكون الناتج مساوياً ٣ر١ ونستمر في هذه العملية . فاذا حاولنا التمثيل بيانيا للدرجات التي تحصل عليها فان الرسم الناتج يكون ممهداً .

وفيما يلي الدرجات الممهدة للتوزيع التكراري لأوزان ٤٠ طالباً :-

الفئات	(ك) التكرار	التكرارات الممهدة
١٧٥ - ١٧٩	١	٦ر-
١٧٠ - ١٧٤	١	١ر٤
١٦٥ - ١٦٩	٢	٢ر-
١٦٠ - ١٦٤	٣	٣ر٦
١٥٥ - ١٥٤	٣	٣ر٦
١٥٠ - ١٥٤	٥	٥ر٣
١٤٥ - ١٥٤	٨	٦ر٣
١٤٠ - ١٤٤	٦	٦ر-
١٣٥ - ١٣٩	٦	٤ر٣
١٣٠ - ١٣٤	١	٣ر٣
١٢٥ - ١٢٩	٢	١ر٣
١٢٠ - ١٢٤	صفر	١ر٣
١١٥ - ١١٩	١	٣ر-

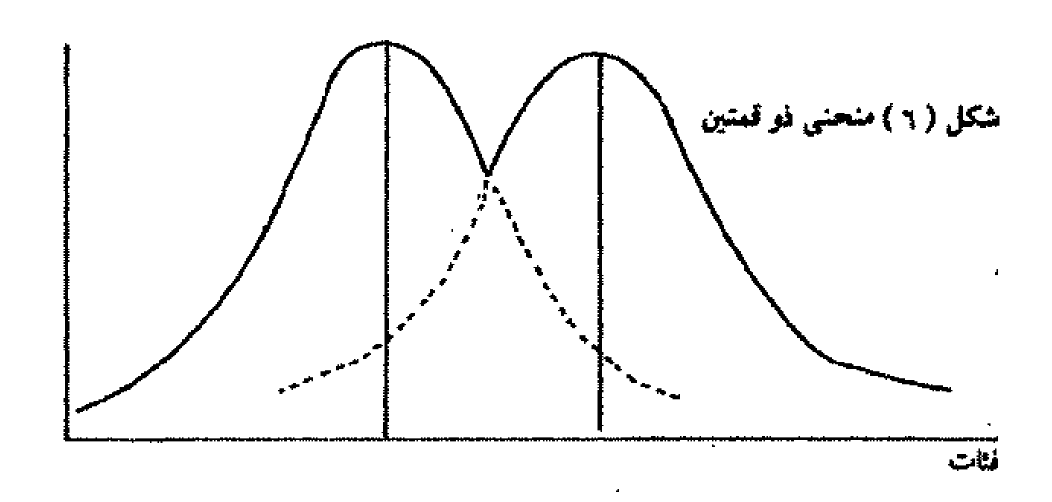
الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية
Central Tendency Measures

الدرجة التي يحصل عليها الفرد في اختبار للذكاء أو التحصيل الدراسي أو أي اختبار نفسي آخر هي درجة خام لا قيمة لها إذا لم تكن تبين أن هذا الفرد متوسط أو أقل من المتوسط أو فوق المتوسط أو ممتاز والمحك **Criterion** الذي يعطي لنا هذه الدلالة هو ما نطلق عليه كلمة معيار **Norm** ، فالمعيار إنما هو مستوى قياسي نرجع له لفهم دلالة الدرجة التي يحصل عليها الفرد في أي اختبار ، لذلك فالاختبارات التي لا معايير لها لا تكون لها قيمة ، ولهذا فان الاخصائيين يهتمون بمقارنة أي درجة يحصل عليها الفرد سواء أكانت تدل على طوله أو وزنه أو هي درجته في اختبار نفسي بدرجة مرجعية حتى تكون لهذه الدرجة الخام معنى ، ولقد تبين أن الدرجات تتمركز حول درجات وصفية أو درجات قياسية أو قيم مركزية هي المتوسط الحسابي **Arithmetic Mean** والوسيط **Median** والمنوال **Mode** ، فاذا كانت لدى الدرجة التي حصل عليها الفرد (أي فرد) في مادة الرياضة مثلاً ، وكان لدي أيضاً متوسط درجات زملائه في هذه المادة ، فانني أستطيع أن أحكم عما إذا كانت درجته هذه متوسطة أو فوق المتوسطة أو أقل من المتوسطة.

والمتوسط لا يكون له أي معنى إذا لم يكن هؤلاء الأفراد الذين تقارن درجاتهم متجانسين لا يراعى فيهم انتقاء معين ، كما ينبغي أن يكونوا من سن واحدة وجنس واحد ولغة واحدة وسلالة واحدة.

وإذا حاولنا معرفة متوسط السن في بلد كالولايات الأمريكية تتعدد فيه



شكل (٦) منحنى ذو قمتين

الأجناس والطبقات، وبالتالي اللغات (هنود حمر — زنوج — يهود — مهاجرون من بلاد الكتلة الشرقية والكتلة الغربية ومن البلاد النامية) فانه ينبغي علينا اختيار عينة ممثلة لكل عناصر هذا المجتمع بنسب متساوية لأعدادها الحقيقية، ولسنا في حاجة إلى حصر كل أفراد هذه الفئات للحصول على المتوسط الذي نريده، إنما يقتصر عملنا على عينة مكونة من ٣٠ أو ٥٠ فرداً أو يزيد يختارون بطريقة عشوائية Randomly، ولكي نحدد العدد المناسب الذي نختاره لتكوين عينة ممثلة، فان المنحنى الاعتدالي يمكن أن يساعدنا في هذا الصدد، فاذا رسمنا رسماً بيانياً يمثل محوره الأفقي متغير السن والمحور الرأسي عدد الأفراد، فاذا أعطى لنا هذا الرسم شكل المنحنى الاعتدالي أو كان قريباً من المنحنى الاعتدالي، فان هذا يعني أن عدد أفراد العينة الذي اخترناه يكون عدداً كافياً، وإذا كان الرسم الذي حصلنا عليه بعيداً عن المنحنى الاعتدالي، فان هذا يعني أنه ينبغي أن نزيد من عدد أفراد عينتنا...

المتوسط الحسابي Arithmetic Mean

لنفرض أن هناك ست تلاميذ حصل كل منهم على مصروفه اليومي وكانت المبالغ التي حصلوا عليها بالقرش على النحو التالي = ١٣ - ٢١ - ١٨ - ١٦ - ١٥ - ٢٥، وإذا كنا نريد أن نعرف متوسط مصروفهم اليومي، فاننا نجمع هذه المبالغ فيكون الناتج = ١٠٨ قرشاً، وإذا قسمنا هذا المبلغ على مجموع الأفراد حصلنا على المتوسط الذي نريده وهو ١٠٨/٦ = ١٨ قرشاً، وبذلك نستطيع أن نعرف أي هؤلاء التلاميذ من يصل مصروفه إلى المتوسط ومن منهم فوق المتوسط ومن منهم أقل من المتوسط.

ولو أعطيت لك الدرجات التالية وطلب منك استخراج المتوسط الحسابي لها، وكانت = ١٢ - ١٢ - ١١ - ١١ - ١٠ - ١٠ - ٩ - ٩ - ٦ - ٦ - ٨ - ٨ - ٨ - ٧ - ١١ - ٧ - ١١ - ١١ - ٧ - ٧ - ٥ - ٥ - ١٦ - ١٠ - ١٠ - ٩ - ٩ - ٩ - ٩.

فمن الممكن استخراج المتوسط الحسابي بجمع هذه الدرجات كلها وقسمة الناتج على العدد (٣١) وبهذا نحصل على المتوسط المطلوب ولكن نلاحظ هنا أن الرقم الواحد يتكرر أكثر من مرة لذلك فليس من الضروري أن نجمع الرقم ١٣ مرتين والرقم ١١ خمس مرات والرقم ١٠ أربع مرات، وإنما من السهل علينا أن نسير تبعاً للخطوات التالية :-

- نرتب الدرجات تنازلياً ونضعها في عامود نطلق عليه الرمز (س)
- ثم نكتب تكرار كل درجة أمامها في عامود ثان نرمز له بالرمز (ك) أي التكرار.
- وبعد ذلك **نضرب** كل درجة في التكرار المقابل لها ونضع الناتج في عامود نرمز له بالرمز (س ك).
- ثم نجمع الدرجات في العامود (س ك) ونقسم الناتج على عدد التكرارات (٣١) وبذلك نحصل على المتوسط الحسابي المطلوب.

ونلاحظ أننا قد استخدمنا الرموز، فكان الرمز (س) يدل على أي درجة والرمز (ك) يدل على التكرار، والرمز (س ك) يدل على ناتج ضرب س أي قيمة أي درجة في تكرارها (ك) وان (مجـ س ك) وهو مجموع الدرجات الناتجة عن ضرب (س × ك) أي أن (مجـ) تعني المجموع، والرمز (ن) يدل على مجموع أفراد العينة.

لذلك، فان المتوسط سوف نرمز له بالرمز ($\bar{س}$) وتكون المعادلة التالية :-

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س}{ن}$$

س	ك	س ك
١٣	٢	٢٦
١٢	٢	٢٤
١١	٥	٥٥
١٠	٤	٤٠
٩	٦	٥٤

٨	٤	٣٢
٧	٤	٢٨
٦	٢	١٢
٥	٢	١٠
	ن ٣١	مجـ س ك ٢٨١

اذن س̄ تســـــــاوي (مجـ س ك / ن) = ٢٨١ / ٣١ = ٩٫٠٦

استخراج المتوسط الحسابي باستخدام مركز الفئة: ـ

- نوزع الدرجات توزيعا تكراريا
- نكتب مركز الفئة امام كل فئة في عامود ثالث وترمز له بالرمز (س)
- بعد ذلك نضرب مركز كل فئة في تكرارها ونضع الناتج في عامود جديد نرمز له بالرمز (س ك).
- ثم نجمع الارقام في هذا العامود ونقسمها على العدد الكلي أي عدد افراد العينة أي على (ن). ولو استخدمنا المثال السابق اعطاؤه والخاص باوزان الطلاب البالغ عددهم (٤٠)، فاننا نتبع ما يلي:

الفئات	ك التكرار	س (مركز الفئات)	ك س (التكرار × مركز الفئات)
١٧٥ - ١٧٩	١	١٧٧	١٧٧
١٧ - ١٧٤	١	١٧٢	١٧٢
١٦٥ - ١٦٩	٢	١٦٧	٣٣٤
١٦٠ - ١٦٤	٣	١٦٢	٤٨٦
١٥٥ - ١٥٩	٣	١٥٧	٤٧١
١٥٠ - ١٥٤	٥	١٥٢	٧٦٠

الفئات	ك (التكرار)	س (مركز الفئات)	ك س (التكرار × مركز الفئات)
١٤٥ – ١٤٩	٨	١٤٧	١١٧٦
١٤٠ – ١٤٥	٦	١٤٢	٨٥٢
١٣٥ – ١٣٩	٦	١٣٧	٨٢٢
١٣٠ – ١٣٤	١	١٣٢	١٣٢
١٢٥ – ١٢٩	٣	١٢٧	٣٨١
١٢٠ – ١٢٤	صفر	١٢٢	صفر
١١٥ – ١١٩	١	١١٧	١١٧
	ن = ٤٠		مجـ ك س = ٥٨٨٠

حساب المتوسط باستخدام متوسط فرضي:

نضطر احيانا في الطريقة السابقة ان نتناول ارقاما كبيرة، مما يجعل عملية الضرب في مركز الفئات صعبا خاصة اذا كان مركز الفئة كسرا عشريا كما يحدث في كثير من الاحيان، لذا يضيع استخدام طريقة المتوسط الفرضي، فاذا اردت على سبيل المثال ان اقيس اطوال فريق كرة الطاولة الخاص بكلية الآداب والبالغ عددهم (٩) افراد، فانه ينبغي ان يجري قياسهم من اعلى الرأس إلى اخمص القدم، ولكن تصادف أن وقف أول لاعب أمام قاعدة خشبية ارتفاعها متر واحد فقست طوله من بداية هذه المائدة حتى قمة رأسه، ثم توالى قياس اطوال اللاعبين الآخرين على هذا النحو، فكانت اطوال اعضاء الفريق هذا على النحو التالي:

٥١ سم، ٤٩ سم، ٦٠ سم، ٦٥ سم، ٤٨ سم، ٥٢ سم، ٥٧ سم، ٦٢ سم، ونلاحظ ان هذه الاطوال ليست هي الاطوال الحقيقية، فالاطوال الحقيقية هي هذه الارقام مضافاً إليها ارتفاع القاعدة الخشبية (أي المتر) فالاطوال الحقيقية

على النحو التالي: ١٥١ سم، ١٤٩ سم، ١٥٥ سم، ١٦٠ سم، ١٦٥ سم، ١٤٨ سم، ١٥٢ سم، ١٥٧ سم، ١٦٢ سم.

وهذه الاطوال هي نفسها لو انني قمت بقياس هؤلاء اللاعبين دون ادخال ارتفاع قاعدة خشبية، أي لو انني قمت بقياسهم مباشرة من قمة رأسهم إلى اخمص اقدامهم.

اذن فان المتوسط = $\frac{١٣٩٩}{٩}$ = ١٥٥,٤ سم

في المثال الاسبق لاوزان الطلاب نختار الفئة ١٤٥ - ١٤٩ والتي مركزها (١٤٧) وسيكون هذا الرقم هو المتوسط الفردي، ولقد تأتي هذا بعد أن:

١ - نوزع الدرجات في توزيع تكراري
٢ - ونختار فئة من الفئات، ويحسن ان تكون وسط التوزيع، ونأخذ مركز هذه الفئة ونجعله المتوسط الفردي (وهذا ما سبق ان حددناه).
٣ - ثم نحسب انحراف كل فئة عن الفئة التي يقع فيها المتوسط الفردي من ناحية عدد الخطوات التي تبتعد فيها عن الفئة المختارة ونضع انحراف كل فئة في عامود نميزه بالرمز (حَ) اي الانحراف، وسيكون انحراف الفئة التي اتخذت كمتوسط فردى تساوى (صفر) بينما سيكون انحراف الفئة التي تعلوها خطوة واحدة بالزائد، والفئة التي تليها خطوة بالناقص، ذلك ان الفئات تصعد الى اعلى.
٤ - بعد ذلك نحسب انحراف كل فئة بضرب التكرار في الانحراف اي (ك × حَ) ونضع الناتج في عمود رابع نرمز له بالرمز (ك حَ).
٥ - ونجمع الارقام في هذا العمود (ك حَ)، ونلاحظ ان الفئات الاعلى فوق الفئة التي اتخذت كمتوسط فردي ستكون علاماتهم جميعا بالزائد، بينما الفئات الاسفل منها ستكون علاماتها جميعا بالناقص.

ويمكن لنا الحصول على مركز الفئة بجمع الحد الادنى للفئة والحد الادنى

للفئة التي بعدها، اي ١٤٥ + ١٥٠ وقسمت المجموع على (٢) فيكون ـــ = ١٤٧ ١/٢ أو اضافة تصف (١/٢) مدى الفئة الى حدها الادنى اي ١٤٥ + ٢ ١/٢ = ١٤٧ ١/٢.

واليك الجدول التكراري التالي لحساب المتوسط باستخدام متوسط فرض لاوزان ٤٠ طالباً:ـ

الفئات (ف)	التكرار (ك)	الانحراف (ح)	التكرار × الانحراف (ك ح)
١٧٥ ـ ١٧٩	١	+ ٦	+ ٦
١٧٠ ـ ١٧٤	١	+ ٥	+ ٥
١٦٥ ـ ١٦٩	٢	+ ٤	+ ٨
١٦٠ ـ ١٦٤	٣	+ ٣	+ ٩
١٥٥ ـ ١٥٩	٣	+ ٢	+ ٦
١٥٠ ـ ١٥٤	٥	+ ١	+ ٥
١٤٥ ـ ١٤٩	٨ فئة المتوسط الفرضي	صفر	صفر + ٣٩
١٤٠ ـ ١٤٤	٦	ـ ١	ـ ٦
١٣٥ ـ ١٣٩	٦	ـ ٢	ـ ١٢
١٣٠ ـ ١٣٤	١	ـ ٣	ـ ٣
١٢٥ ـ ١٢٩	٣	ـ ٤	ـ ١٢
١٢٠ ـ ١٢٤	صفر	ـ ٥	صفر
١١٥ ـ ١٩	١	ـ ٦	ـ ٦
			ـ ٩
			ـ ٣٩
	مجـ ك = (٤٠)		مجـ ح = + ٣٩ ـ ٣٩ = صفر

اذن المتوسط يساوي ١٤٧ + $\frac{\text{صفر}}{٤٠}$ × ٥ = ١٤٧

أي أن المتوسط = مركز الفئة الصفرية + $\frac{\text{مجموع(ك ح)}}{\text{مجـ ك}}$ × طول الفئة

حساب المتوسط الحسابي في حالة القيم المتقطعة Discrete values

لا تختلف طريقة المتوسط الحسابي في هذه الحالة عنها في حالة القيم المتصلة، إلا في عدم وجود الفئات، وعلى ذلك نتخذ القيمة المعطاة لنا بدلا من مركز الفئة، كما نعتبر مدى الفئة (١).

والجدول التالي يوضح لنا توزيع عدد الابناء في ١٠٠ عائلة :-

عدد الأبناء في العائلة	عدد العائلات	الانحراف ح	التكرار × الانحراف ك × ح
صفر	٣	- ٤	- ١٢
١	٧	- ٣	- ٢١
٢	١١	- ٢	- ٢٢
٣	١٤	- ١	- ١٤
٤	٢٠	صفر	صفر
٥	١٦	+ ١	١٦
٦	١٢	+ ٢	٢٤
٧	٧	+ ٣	٢١
٨	٥	+ ٤	٢٠
٩	٣	+ ٥	١٥
١٠	٢	+ ٦	١٢
		مجـ ك = ١٠٠	مجـ ك ح/ = + ١٠٨ — ٦٩ ٣٩

اذن المتوسط = ٤ + $\frac{٣٩}{١٠٠}$ = ٤,٣٩

تمارين

تمرين (١):

طبق اختبار على عينه مكونة من ٢٠٠ طالب وكانت درجاتهم على النحو التـــــالي: ١٠٤، ١٠٨، ١١٢، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٦، ١٣٨، ١٣٢،
١١٧، ١١٨، ١٣٣، ١٠٤، ١٠٨، ١٤٠، ١١٧، ١٢٨، ١٢٤،
١٢٥، ١١٨، ١٠٨، ١٠٤، ١٣٦، ١٣٧، ١٠٤، ١٠٨، ١٠٨،
١١٢، ١٣٤، ١٢٦، ١٢٧، ١١٢، ١٣٤، ١١٥، ١٤٠، ١٣٢،
١١٤، ١٣٣، ١١٣، ١٢٥، ١١٥، ١٣٣، ١١٩، ١٢٨، ١٢٩،
١١٣، ١٣٤، ١١٦، ١١٧، ١١٣، ١٣٦، ١١٩، ١٣٠، ١١٢،
١٣٥، ١٣١، ١١٤، ١٢٧، ١١٥، ١٣٣، ١٣٤، ١١٧، ١١٨،
١١٥، ١٣٢، ١١٢، ١٣٤، ١٣٥، ١١١، ١١٤، ١٣٢، ١١٥،
١٢٩، ١١٩، ١١٧، ١٢٧، ١٢٦، ١٣٠، ١٢٤، ١٢٩، ١٢٤،
١٢٧، ١٢٤، ١١٨، ١٢٧، ١٢١، ١٢٠، ١٢٠، ١٢٠، ١١٩،
١١٨، ١٣٠، ١٢٤، ١٢٥، ١١٦، ١٣٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣،
١٢٠، ١٢٠، ١٢٦، ١٢٥، ١١٧، ١٢٤، ١١٦، ١٢١، ١٢٢،
١٢٣، ١٢١، ١١٨، ١٢٥، ١١٢، ١١٩، ١٣١، ١١٨، ١٢٢،
١٢١، ١٢٣، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٠، ١١٦، ١٢٩، ١٣١، ١٢٦،
١٢٧، ١٢٨، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٠، ١٢٢، ١٢١، ١٢٢، ١٢١،
١٢٣، ١٢١، ١٢٠، ١٣١، ١٢٤، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٦، ١٢٩،
١٢٥، ١٢٥، ١٢٣، ١٢٣، ١٢٠، ١٢٣، ١٢١، ١٢١، ١٢٠،
١٢٣، ١٢٩، ١٢٨، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٥، ١٢٤، ١٢٤، ١٢٥،
١٢٦، ١٢٨، ١٢١، ١٢٣، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٠، ١٢٩، ١٢٤،
١٣٠، ١٢٤، ١٣٠، ١٢٧، ١٢٣، ١٢٢، ١٢١، ١٢١، ١٢٠،
١٢٧، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٣١، ١٢٦، ١٢٩، ١٢٤، ١٢٤،

١٣٠ ، ١٢٧ ، ١٢٣ ، ١٢٢ ، ١٢١ ، ١٢٠ ، ١٢٢ ، ١٣٠ ، ١٢٥ ،
١٢٠ ، ١٢١ ، ١٢٩ ، ١٢٧ .

المطلوب:

استخراج المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة مع ذكر كل الخطوات التي قمت بها للحصول على هذا المتوسط .

تمرين (٢):

التوزيع التكراري التالي لدرجات مجموعة من الطلاب عددهم ١٠٠ طالب تقدموا لامتحان النقل في احدى المدارس.

الفئات	التكرار
٤٠ - ٤٤	١
٤٥ - ٤٩	٤
٥٠ - ٥٤	١٣
٥٥ - ٥٩	١٧
٦٠ - ٦٤	٢١
٦٥ - ٦٩	١٨
٧٠ - ٧٤	١٥
٧٥ - ٧٩	٧
٨٠ - ٨٤	٣
٨٥ - ٨٩	١

المطلوب:

١ - حساب المتوسط الحسابي عن طريق المتوسط الفرضي .
٢ - ايجاد مركز الفئات
٣ - ايجاد التكرارات الممهدة .

تمرين (٣):

التوزيع التالي بين درجات مجموعة من الطلاب يبلغ عددهم ٢٠٠ طالب،

مركز الفئات	التكرار
١٦	١
٢٠	٣
٢٤	٥
٢٨	١٤
٣٢	٢٢
٣٦	٣٥
٤٠	٤١
٤٤	٣٣
٤٨	٢٥
٥٢	٢٢
٥٦	٧
٦٠	٢
٦٤	١

المطلوب:

١ ـ ايجاد الفئات بحدها الاعلى والادنى

٢ ـ رسم المضلع التكراري

٣ ـ ايجاد التكرار المتجمع الصاعد.

تمرين (٤):

أعطيت لك تقديرات ٢٠ طالباً، وكانت كالآتي:

جيد ـ ضعيف ـ ممتاز ـ جيد جدا ـ ضعيف ـ مقبول ـ جيد ـ جيد ـ

مقبول ـ جيد ـ جيد جدا ـ مقبـول ـ مقبـول ـ ضعيـف ـ مقبـول ـ مقبول ـ جيد جدا ـ مقبول ـ مقبول ـ جيد.

المطلوب:

١ ـ وضعها في جدول مناسب، مع ذكر كل الخطوات التي قمت بها.

٢ ـ رسم مضلع تكراري لهذه التقديرات

تمرين (٥):

لدينا عشرون اسره افرادها على النحو التالي:

٥، ٤، ٣، ٤، ٥، ٦، ٣، ٤، ٦، ٧، ٧، ٢، ٨، ٦، ٢، ٥، ٤، ٤، ٥، ٥.

المطلوب:

١ ـ وضعهم في جدول تكراري Frequency Table

٢ ـ رسم مدرج تكراري

تمرين (٦):

حصلت ٥٥ عاملة على الدرجات الآتية في امتحان محو الامية:

٣٠	١٧	٣٠	١	١٦	١١	١٥	٢٢	٢٥
٢١	٢٧	٨	٢٥	٢٠	٢٣	٢٠	٣٠	١٨
٣٠	١٦	١٦	٢٤	١٨	١٦	٢١	١٦	٢٢
٨	٢٧	٢٧	٣٠	١٧	٣٤	٢٠	١٨	٢٢
٣٦	١٤	١١	٢٢	٢٣	٢٢	٢٠	١٧	٢٨
٢٣	١١	٣٣	٢٨	٢٢	٢١	٢٠	١٦	١٢
٢٥	٢١							

المطلوب:

١ ـ استخراج المتوسط الحسابي على أن يكن طول الفئة (٣)

٢ ـ رسم مربع تكراري لهذه الدرجات

٣ ـ استخراج التكرار المتجمع الصاعد ورسم المنحنى المناسب له .

٤ ـ استخراج التكرار المتجمع النازل ورسم المنحنى المناسب له .

الوسيط Median

الوسيط هو القيمة التي تكون نصف القيم على الاقل ، **أصغر** منها او مساوية لها ، وكذلك نصف القيم على الاقل **اكبر** منها او **مساوية** لها واذا كان لدينا قيم رتبت تنازليا أو تصاعديا تكون لدينا حالتان : ١ ـ اذا كان التكرار الكلي فرديا تكون القيمة الوسطى هي الوسيط . ٢ ـ اذا كان التكرار الكلي زوجيا فان الوسيط يأخذ على انه نصف مجموع القيمتين الوسطيين . فعلى سبيل المثال ـ اذا كان لدينا اطوال (٩) من الطلبة وهي ١٦٥ ، ١٧٠ ، ١٦٤ ، ١٧٢ ، ١٦٧ ، ١٦٣ ، ١٧٣ ، ١٦٨ ، ١٧٤ ، ويراد ايجاد اطوال الوسيط لهذه الاطوال فنقوم بترتيب القيم ترتيبا تصاعديا او ترتيبا تنازليا فنحصل على الآتي : ١٦٣ ـ ١٦٤ ـ ١٦٥ ـ ١٦٧ ـ ١٦٨ ـ ١٧٠ ـ ١٧٢ ـ ١٧٣ ـ ١٧٤ ـ فيكون الطول الوسيط هو الطول ١٦٨ اذ ان هناك اربع اطوال اقل منه واربع اطوال اكبر منه .

بمعنى آخر ، اذا كان لدينا(ن) من القيم ، وكانت (ن) عددا فرديا ، فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$ اذا ما رتبنا القيم ترتيبا تصاعديا او تنازليا .

أما في حالة ان يكون عدد القيم لدينا زوجيا ، فان التعريف السابق لا يصلح ، اذ انه لا يوجد في هذه الحالة قيمة وسطى ، بل اننا نجد قيمتين وسيطتين ، فاذا كان لدينا دخل عشر اسر على النحو التالي :

٢٠ ـ ٢١ ـ ٢٥ ـ ٢٦ ـ ٢٧ ـ ٢٨ ـ ٢٩ ـ ٣٠ ـ ٣٢ ـ ٣٣ ـ

فنجد ان القيمتين الوسيطتين هما القيمة الخامسة والسادسة ، وهما ٢٧ ، ٢٨ ،

وعلى ذلك يمكن اعتبار الوسيط هو القيمة الواقعة بين ٢٧ ، ٢٨ والوسيط في هذه الحالة $= \frac{٢٧+٢٨}{٢} =$ ٢٧,٥ ، ذلك على اعتبار انه في حالة ما اذا كانت عدد القيم زوجية ، فان الوسيط يكون متوسط القيمتين الوسطيين .

وعلى ذلك يمكن ان نعطي تعريفا للوسيط هو انه القيمة التي يكون ٥٠٪ على الاقل من القيم اصغر منها او مساوية لها ، وكذلك ٥٠٪ على الاقل من القيم اكبر منها او مساوية لها .

كيف نقوم بحساب الوسيط من توزيع تكراري؟

لحساب قيمة الوسيط من جدول تكراري تساوي فيه مجموع التكرارات (ن) نأخذ ترتيب الوسيط وهو $\frac{ن}{٢}$ بصرف النظر عما اذا كانت (ن) فردية او زوجية ونكون جدول تكراري متجمع (صاعد او نازل) وبه يمكن معرفة قيمة الوسيط ، وسنفرض ان القيم هنا في الفئة التي يقع فيها الوسيط تتوزع على ابعاد منتظمة داخل الفئة ، والجدول التالي يبين درجات ١٠٠ طالب في امتحان للغة العربية :

الفئات (ف)	التكرار (ك)	التكرار المتجمع الصاعد
٦٠ – ٦٤	٣	١٠٠
٥٥ – ٥٩	٨	٩٧
٥٠ – ٥٤	١٣	٨٩
٤٥ – ٤٩	١٥	٧٦
٤٠ – ٤٤	٢٠	٦١ الفئة الوسيطية
٣٥ – ٣٩	١٦	٤١ التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية

الفئات (ف)	التكرار (ك)	التكرار المتجمع الصاعد
٣٠ – ٣٤	١٣	٢٥
٢ – ٢٩	٩	١٢
٢٠ – ٣	٣	٣
	مجـ ك ١٠٠	

فرتبة الوسيط هنا هو القيمة التي ترتيبها $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠ اي هي قيمة الدرجة التي عدد التلاميذ الذين يحصلون على درجة اقل منه (اي من قيمة الوسيط) وهي تساوي عدد التلاميذ الذين يحصلون على درجات اكبر منه تساوي (٥٠) ولكننا نعرف ان هناك ثلاثة تلاميذ يحصلون على درجات اقل من ٢٥ درجة ، و ٤١ طالب يحصلون على اقل من ٤٠ درجة ، و ٦١ تلميذ يحصلون على درجات اقل من ٤٥ درجة ، وعلى ذلك فان الدرجة التي يحصل على اقل منها خمسون طالبا لا بد ان تقع في فئة الدرجة (٤٠ –) وتعرف هذه الفئة بالفئة الوسطية ، والتكرارات الاصيلة المناظرة لهذه الفئة هي (٢٠) اي ان هناك (٢٠) طالباً يحصلون على درجات تنحصر بين (٤٠) درجة الى اقل من (٤) درجة ، ولما كان هناك ٤١ طالباً يحصلون على درجات اقل من ٤٠ درجة ، فانه لا يزال هناك ٩ من الطلاب في هذه الفئة تقل درجاتهم على الوسيط . وهم ذوي اقل (٩) درجات في الفئة الوسيطية ، واذا فرضنا ان القيم موزعة بانتظام في هذه الفئة بمعنى ان ٢٠ طالبا يحصلون على درجات تبعد بعضها عن بعض بمسافات متساوية داخل الفئة ، ما بين ٤٠ درجة الى اقل من ٤٥ درجة ، فان الافراد ٩ الاول يحتلون طولا من الفئة يساوي $\frac{٩}{٢٠}$ من طول الفئة وهي تساوي ٥ ، اي تساوي $\frac{٩}{٢٠}$ × ٥ = ٢,٢٥ درجة .

وقيمة الوسيط = الحد الادنى للفئة + طول جزء الفئة الذي تحتله المفردات التسعة الاوليات = ٤٠ + ٢,٢٥ = ٤٢,٢٥

اذن ، فلكى نقوم بحساب الوسيط من جدول تكراري نتبع ما يأتي :

١ ـ نكون جدول تكراري متجمع (صاعد او نازل)

٢ ـ نحدد الفئة الوسيطية ونعين التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية

٣ ـ نحسب الوسيط باستخدام، الوسيط = الحد الادنى للفئة الوسيطية . +

$$\frac{\text{(ترتيب الوسيط ـ التكراري المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية)}}{\text{التكراري الاصلي للفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة}$$

واذا اخذنا المثال الخاص بوزن ٤٠ طالب السابق عرضه فاننا نصل الى الوسيط على النحو التالي:

$$= ٥ \times \frac{٤١-٥٠}{٢٠} + ٤٠$$

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
١٧٥ ـ ١٧٩	١	٤٠
١٧٠، ١٧٤	١	٣٩
١٦٥ ـ ١٦٩		٣٨
١٦٠ ـ ١٦٤	٣	٣٦
١٥٥ ـ ١٥٩	٣	٣٣
١٥٠ ـ ١٥٤	٥	٣٠
١٤٥ ـ ١٤٩	٥	٣٠
١٤٥ ـ ١٤٩	٨ الفئة الوسيطية	٢٥
١٤٠ ـ ١٤٤	٦ التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية	١٧
١٣٥ ـ ١٣٩	٦	١١
١٣٠ ـ ١٣٤	١	٥
١٢٥ ـ ١١٩	٣	٤
١٢٠ ـ ١١٤	صفر	١

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
١١٥ - ١١٩	١ ← مجـ ك (٤٠)	١

وطبقا لما تقدم فان الوسيط يساوي $١٤٥ + \frac{٣}{٨} \times ٥ = ١٤٥ + ١,٩ = ١٤٦,٩$.

او ان نعرضها بصورة القانون السابق فتساوي:

$$١٤٥ + \frac{٢٠-١٧}{٨} \times ٥ = ١٤٦,٩$$

المنوال Mode

المنوال هو القيمة التي تكرر اكثر من غيرها اي هي القيمة الاكبر تكرارا، وعلى ذلك فانه يقع في الفئة ذات اكبر تكرار، ونعرف هذه الفئة بالفئة المنوالية، فاذا كان لدينا توزيع تقديرات ١٠٠ طالب في احد مواد الامتحان ممتاز (٧) جيد جدا (١٣)، جيد (٢٧) مقبول ٤٠، صعيف (٨)، ضعيف جدا (٥)، فان المنوال هنا هو تقدير (مقبول) ذلك لانه يمثل تقدير اكبر عدد من الطلبة.

وكانت هناك درجات لعشرة طلاب في احدى المواد الدراسية، وكانت على النحـــو التـــالي، ٣٢ - ٣٥ - ٣٠ - ٣١ - ٣٤ - ٣٢ - ٣٦ - ٣٢ - ٣٥ - ٣٢، فالمنوال هنا هو الرقم ٣٢، ذلك انها هي الدرجة الاكثر تواترا اي تكرارا.

ولدينا مجموعة درجات (٩) تلاميذ كانت على الوجه التالي:ـ ٢٥ - ٢٢ - ٢٨ - ٣٠ - ٣٢ - ٣٥ - ٣٣ - ٣٨ - ٤٢ والمطلوب ايجاد المنوال، هنا لا نجد اي درجة تتكرر وعلى ذلك فان هذه المجموعة لا منوال لها.

وقد نجد في بعض التوزيعات ان التكرار يرتفع الى قمة ثم ينخفض ثانية،

ولكنه يعود الى الارتفاع الى قمة اخرى، وعلى ذلك فان هذا التوزيع يكون له اكثر من منوال.

ويمكن حساب المنوال من توزيع تكراري، ذلك انه في حالة وجود توزيع تكراري لدينا، فان المنوال هو مركز الفئة المنوالية التي يوجد فيها اعلى تكرار، ففي مثال اوزان الطلاب البالغ عددهم اربعين طالباً، فان اعلى تكرار وهو ٨ وهو للفئة ١٤٥ ـ ١٤٩، والتي مركزها هو ١٤٧، وهذه الدرجة هي درجة المنوال، اي ان المنوال هنا باختصار انما يمثل القيمة الاكثر شيوعا وهي القيمة التي تناظر قمة المنحنى الذي يمثل التوزيع التكراري.

على ان نلاحظ ان هناك طرقا مختلفة لحساب المنوال، على ان هذه الطرق المختلفة تعطي نتائج مختلفة، والسبب في ذلك يرجع الى ان هذه الطرق تقريبية وتختلف عن بعضها في درجة الدقة وفي التقريب.

أ ـ ايجاد الوسيط برسم المنحنى المتجمع الصاعد أو النازل:

يمكن لنا ايجاد قيمة الوسيط برسم المنحنى **المتجمع الصاعد** بتعيين النقطة $\frac{ن}{٢}$ على المحور الرأسي، من هذه النقطة نرسم مستقيما أفقيا يقطع المنحنى ـ في نقطة نسقط منها عمودا على المحور الأفقي فيقابله في نقطة تكون هي الوسيط. وبالمثل يمكن لنا ان نحصل على نفس القيمة باستخدام المنحنى التكراري المتجمع النازل (انظر الرسم رقم ١).

ب ـ ايجاد الوسيط بالرسم من المنحنى المتجمع الصاعد والمتجمع النازل:

ومن الممكن أيضا اذا رسمنا المنحنيين الصاعد والنازل على نفس المحاور فانه يمكن لنا تعيين قيمة الوسيط وهو يساوي **الاحداثي الأفقي** لنقطة تقاطع المنحنيين فاذا نحن اسقطنا عمودا من نقطة تقاطعهما على المحور الافقي، فانه يقطعه في نقطة (م) ويكون البعد (م) هو الوسيط.

واذا رجعنا الى الجدول الخاص بدرجات (١٠٠) طالب في امتحان اللغة العربية والتي كان توزيعها على النحو التالي بتكراريها المتجمع الصاعد والنازل:

ف الفئات	التكرار ك	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
٦٠ – ٦٤	٣	١٠٠	٣
٥٥ – ٥٩	٨	٩٧	١١
٥٠ – ٥٤	١٣	٨٩	٢٤
٤٥ – ٤٩	١٥	٧٦	٣٩
٤٠ – ٤٤	٢٠	٦١	٥٩
٣٥ – ٣٩	١٦	٤١	٧٥
٣٠ – ٣٤	١٣	٢٥	٨٨
٢٥ – ٢٩	٩	١٢	٩٧
٢٠ – ٢٤	٣	٣	١٠٠

فانه يمكن لنا عن طريق الرسم الحصول على الوسيط

والرسم التالي يوضح كيفية ايجاد الوسيط:

١ ـ نرسم المحور **الافقي** وهذا يمثل الفئات والمحور الرأسي يمثل التكرار « ت ».

٢ ـ نسقط عمود من نقطة تقاطعيهما على المحور الافقي فيقطعه في نقطة (م) وهذه النقطة هي الوسيط وهو هنا يساوي (٤٢) درجة . (انظر الرسم رقم ١)

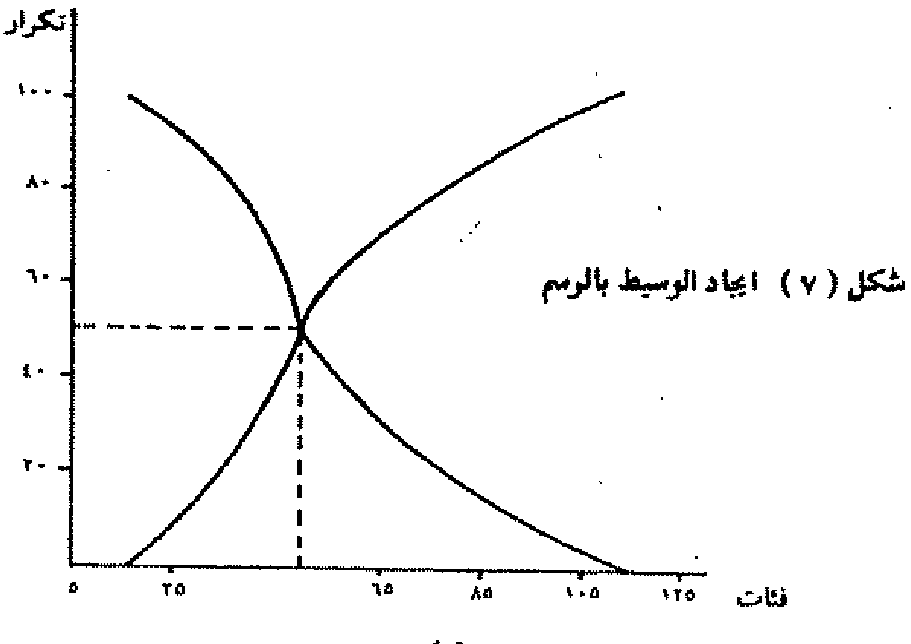
حساب المنوال بالرسم من التكرار الممهد

نرسم المنحنى **التكواري الممهد** للتوزيع ، ونسقط عمود من **قمة** المنحنى على المحور الافقي ، فتكون نقطة تقاطع هذا العمود مع المحور الافقي هي قيمة **المنوال**، وهذا العمود **نسمية خط أكبر تكرار**، والشكل التالي يبين قيمة المنوال من المنحنى التكراري لدرجات (١٠٠) طالب في امتحان اللغة العربية ، ومن الرسم يتبين ان المنوال يساوي (٤٢) .

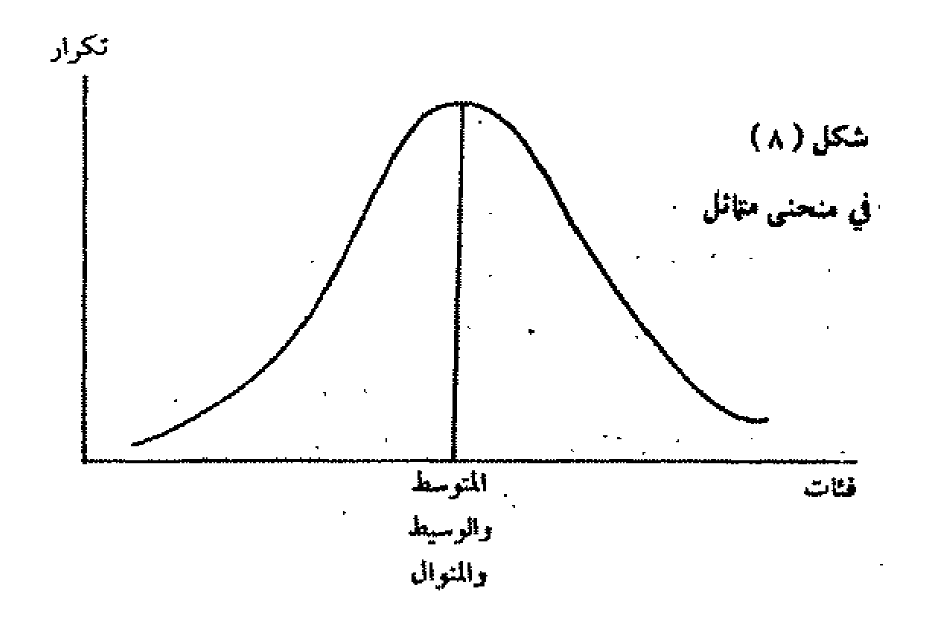
على ان نلاحظ ان قيمة المنوال في هذه الحالة تتوقف على دقة الرسم ودرجة الدقة في تمهيد المنحنى، لأن القيمة تتوقف على هذا التمهيد (انظر الرسم رقم ٢)

مقارنة بين المتوسطات الثلاثة: المتوسط، الوسيط، المنوال

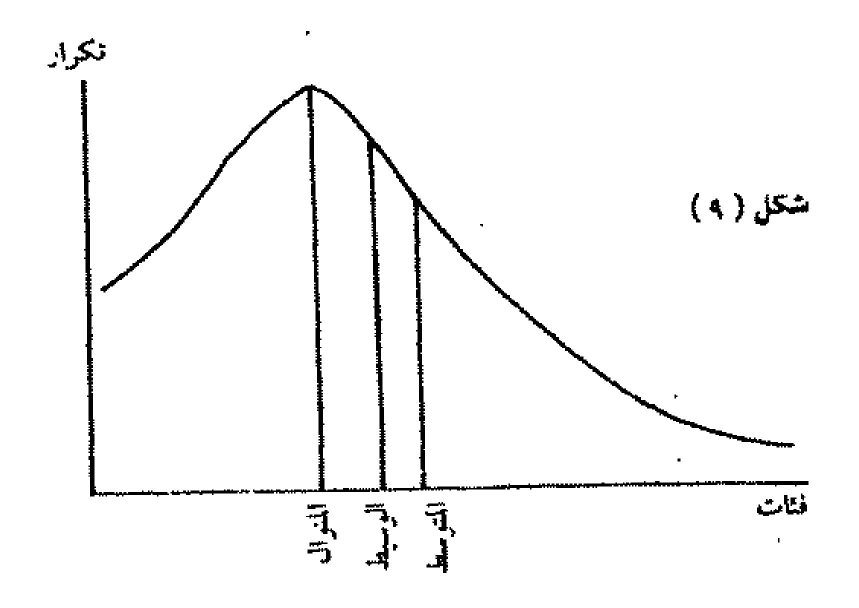
- في التوزيع المتماثل تكون هذه المتوسطات الثلاثة متطابقة.
- ان المتوسط الحسابي يستخدم في حسابه جميع القيم، لذا فهو أدق هذه المتوسطات الثلاثة.
- الوسيط أو المنوال لا يتأثران بالقيم المتطرفة، كما انه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة يمكن الحصول عليها.
- المتوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطرفة، كما انه في الجداول التكرارية المفتوحة يتعذر حسابه.
- المتوسط الحسابي في التوزيعات الملتوية يتجه عادة ناحية الطرف المدبب أي الملتوي بينما الوسيط يقع عند منتصف المسافة التي يمثلها التوزيع. والاشكال الثلاثة تبين موضع هذه المتوسطات الثلاثة:-



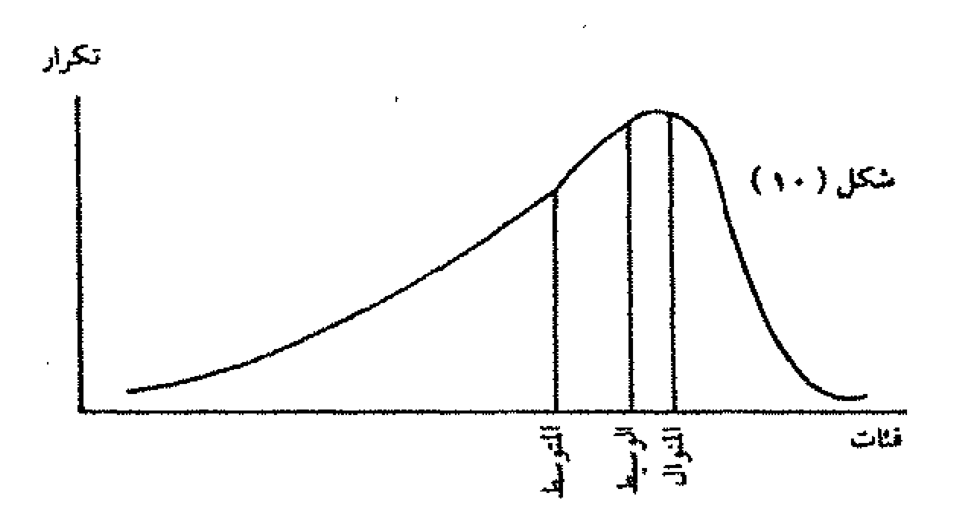
شكل (٧) ايجاد الوسيط بالرسم



شكل (٨)
في منحنى متماثل



شكل (٩)



شكل (١٠)

متى يفضل استخدام مقاييس النزعة المركزية؟

أولا ـ المتوسط الحسابي:

يفضل استخدام المتوسط الحسابي:

أ ـ اذا كان توزيع العينة التي لدينا متماثلا حول المركز او اعتداليا.

ب ـ واذا كنا نريد الحصول على معامل يمكن استخدامه في مقاييس الدلالة او التشتت.

جـ ـ واذا أردنا الحصول على معامل يتميز بقدر كبير من الثبات.

ثانيا ـ الوسيط:

أ ـ اذا كان التوزيع الذي لدينا توزيعا ملتويا وبه قيما متطرفة جدا.

ب ـ واذا كان جدول التوزيع لدينا مفتوحا.

جـ ـ واذا كنا نريد الحصول على معامل في اقصر وقت.

د ـ واذا كان هدفنا معرفة قيمة لعينة وعما اذا كانت هذه القيمة تقع في النصف العلوي او السفلي للتوزيع الذي لدينا.

ثالثا ـ المنوال:

يفضل استخدام المنوال:

أ ـ اذا أريد الحصول على معامل مركزي في أقصر وقت ممكن.

ب ـ واذا كان هدفنا معرفة القيمة التي يتفق فيها اغلب أفراد المجموعة التي لدينا.

تمارين

تمرين (١):

الدرجات الآتية حصل عليها ٦٠ طالبا في امتحان مادة علم النفس العام:

٢٥ ـ ٧٥ ـ ٦٤ ـ ٢٨ ـ ٢٥ ـ ٧٥ ـ ٨٢ ـ ٨٥ ـ ١٧ ـ ٢٩ ـ
٦٤ ـ ٣٢ ـ ٤٦ ـ ٦٠ ـ ٣٨ ـ ٢٤ ـ ٧٠ ـ ٩٢ ـ ٣٣ ـ ٣٦ ـ
٤٥ ـ ٥٤ ـ ٢٥ ـ ٣٥ ـ ٨٤ ـ ٥٢ ـ ٥٠ ـ ٩٠ ـ ٧٢ ـ ١٥ ـ
٧٣ ـ ٤٤ ـ ٥٢ ـ ٤٧ ـ ٨٤ ـ ٢٦ ـ ٢٥ ـ ١٥ ـ ٣٤ ـ ٦٤ ـ
٧٦ ـ ٣٤ ـ ٣٦ ـ ٩٦ ـ ٥٧ ـ ٣٦ ـ ٤٤ ـ ٢٧ ـ ٣٢ ـ ٤٨ ـ
٧٢ ـ ٤٩ ـ ٨٩ ـ ٦٠ ـ ٧٠ ـ ٨٣ ـ ٥٥ ـ ٤٦ ـ

المطلوب:

١ ـ حساب الوسيط من الجدول التكراري بالطريقة الحسابية.

٢ ـ رسم المدرج التكراري على ان يمثل التكرار بمستطيل مرسوم على الفئة كلها.

٣ ـ رسم المنحنى التكراري على ان نضع النقط التي تمثل التكرارات في نهاية الفئة.

تمرين (٢):

الدرجات التالية تمثل دخول ٥٠ أسرة مصرية:

٢٧ ـ ٢٥ ـ ٢٤ ـ ٣٢ ـ ١٩ ـ ٢٨ ـ ٣٤ ـ ٤٦ ـ ٢٥ ـ ٣٤ ـ
٢٨ ـ ٢٧ ـ ٢٥ ـ ٤٥ ـ ٤٩ ـ ٢٢ ـ ٣٥ ـ ٢٧ ـ ٢٣ ـ ١٧ ـ
١٦ ـ ٣٨ ـ ٢٣ ـ ٣٠ ـ ٣٥ ـ ٢٢ ـ ١٩ ـ ٨ ـ ٣٧ ـ ٥ ـ
٢٦ ـ ٤٤٠ ـ ٣٨ ـ ٤٥ ـ ٤٢ ـ ٣٦ ـ ٣٨ ـ ٢٩ ـ ٢٢ ـ ١٥ ـ
١٥ ـ ٣٢ ـ ٣٧ ـ ٢٨ ـ ٢٥ ـ ١٨ ـ ٥٠ ـ ٢٢ ـ ٢٧ ـ ١٤.

والمطلوب:

١ ـ وضعها في جدول تكراري مدى كل فئة فيه (٥).
٢ ـ استخراج المنوال في هذا الجدول التكراري.
٣ ـ رسم المضلع التكراري على ان تعبر عنه تكرار كل فئة بنقطه توضع في مركز الفئة تماما.

الفصل الثالث

مقاييس التشتت Measures of dispersion

سبق ان بينا قيمة مقاييس النزعة المركزية : المتوسط الحسابي، والوسيط والمنوال في انها تصف المجموعة بقيمة واحدة يستعاض بها عن عدد كبير من القيم التي تكون مجموعة القيم المعطاة لنا . كما انها تبين لنا القيم المتوسطة لما بين ايدينا من ارقام، ولكن هل يكفي احد هذه المقاييس، او اثنين منهم، وليكن المتوسط الحسابي او الوسيط لوصف قيم المجموعة التي لدينا وصفا كاملا، والمقارنة بينها وبين قيم مجموعة أخرى؟

ولنعطي المثال التالي:

مجموعتان كل منهما خمس عمال وخمس عاملات، وكانت درجاتهم في امتحان محو الأمية كالآتي:

مجموعة العمال : ١٤ - ١٢ - ١١ - ١٠ - ٨

مجموعة العاملات : ١٩ - ١٥ - ١١ - ٧ - ٣

فالمتوسط الحسابي لكل من هاتين المجموعتين يساوي (١١)، كذلك فان الوسيط لكل منهما يساوي (١١)، ولكن هل نستطيع القول بأن المجموعتين متعادلتين فيما يقيسه هذا الامتحان؟

الحقيقة ان النظرة السريعة تبين ان درجات مجموع العمال متقاربة، بينما درجات مجموعة العاملات منتشرة Scattered ، او مبعثرة او مشتتة، وهذا يعني أنه رغم اتفاقهما (أي المجموعتين) في المتوسط والوسيط، الا ان هناك فروقا كبيرة بين افراد مجموعة العاملات عنها بين افراد مجموعة العمال . وهذا يعني ان

قيم مجموعة العاملات اكثر تبيانا Variance من قيم مجموعة العمال، أي ان قيم مجموعة العمال اكثر تجانسا من قيم مجموعة العاملات.

لذلك فان الباحث ينبغي عليه الا يكتفي بحساب المتوسط او استخدام مقاييس النزعة المركزية، بل ينبغي ان يكون لديه الى جانب ذلك مقياس للتشتت يوضح له مدى تباعد او تقارب القيم التي لديه بعضها ببعض، اي مدى اختلافها وتوزيعها، بمعنى مدى تشتتها، ومقاييس التشتت متعددة اهمها:

المدى المطلق	Range
نصف المدى الربيعي	semi inter- quartile range
الانحراف المتوسط	mean deviation
الانحراف المعياري	standard deviation

المدى المطلق Range

المدى كما سبق ان عرفنا (ص ٧) هو الفرق بين اكبر رقم في مجموعة الارقام المعطاة لنا واصغر رقم فيها.. فلقد كان رقم (١٧٦) هو الرقم الذي يدل على اكبر وزن في مجموعة الـ (٤٠) طالب، ورقم (١١٩) هو الرقم الذي يدل على اصغر وزن في هذه المجموعة وكان الفرق بين (١٧٦) و (١١٩) هو (٥٧) وهذا الرقم الاخير هو ما نطلق عليه المدى.

واذا اخذنا الارقام التالية لمعرفة المدى المطلق لها:

٩٧ - ٩٣ - ٩١ - ٨٩ - ٨٧ - ٨٥ - ٨٣ - ٨١ - ٧٩ - ٧٠،

فنجد انه: ٩٧ - ٧٠ = ٢٧.

ولنحاول ايضا ان نحصل على المدى المطلق للارقام التالية:

٨٠ - ٤٥ - ٤٠ - ٤٢ - ٣٨ - ٣٦ - ٣٥ - ٣٣ - ٣٢ - ٣٠،

فنجد انه يساوي ٨٠ - ٣٠ = ٥٠

وبمقارنة المجموعتين الاخيرتين، نجد ان المدى المطلق في المجموعة الاولى

يساوي (٢٧) ، وان المدى المطلق في المجموعة الثانية يساوي (٥٠) ، اي ان التشتت في المجموعة الثانية اكبر منه في المجموعة الاولى ، وهذا غير صحيح ، فلو حذفنا الرقم المتطرف في المجموعة الثانية وهو (٨٠) ، فان المدى سوف يكون ٤٥ — ٣٠ = ١٥ ، أي يكون التشتت في المجموعة الاولى اكبر منه في المجموعة الثانية .

امتحن ثلاثة مجموعات من التلاميذ في الرياضة الحديثة ،وكانت اقل درجة حصل عليها تلميذ (١٠) وأعلى درجة حصل عليها تلميذ آخر (١١٠) ، أي ان المدى المطلق لكل من المجموعات الثلاثة يساوي ١١٠ — ١٠ = ١٠٠ درجة ، وكانت الجداول التكرارية على النحو التالي :

المجموعة الأولى		المجموعة الثانية		المجموعة الثالثة	
ف	ك	ف	ك	ف	ك
١٠	١	١٠	٤	١٠	١٠
٢٠	صفر	٢٠	١٠	٢٠	١٠
٣٠	صفر	٣٠	٨	٣٠	١٠
٤٠	صفر	٤٠	١٤	٤٠	١٠
٥٠	صفر	٥٠	١٥	٥٠	١٠
٦٠	٤٥	٦٠	١١	٦٠	١٠
٧٠	٢٣	٧٠	٢٠	٧٠	١٠
٨٠	٢٠	٨٠	١٠	٨٠	١٠
٩٠	٢٠	٩٠	٨	٩٠	١٠
١٠٠	صفر	١٠٠	٦	١٠٠	١٠
١١٠	١	١١٠	٤	١١٠	١٠
المجموع ١١٠		المجموع ١١٠		المجموع ١١٠	

ونلاحظ على هذه الجداول ان قيم المجموعة الاولى اقل انتشارا من قيم

المجموعة الثانية ، ذلك ان القيم تتجمع حول المتوسط ، وان قيم المجموعة الثانية اقل انتشارا من قيم المجموعة الثالثة ، والمحصلة العامة لهذا ان المدى المطلق لا يعطي دلالة واضحة لمدى توزيع وانتشار القيم ، لذلك نقول :

- انه يتوقف على درجتين فقط الدرجة الاكبر والدرجة الاصغر ، وقد تكونا متطرفتين لا تمثلان المجموعة التي ينتميان اليها .
- يصعب عن طريقة مقارنة مدى عينتين مختلفتين في الحجم
- اذا كان هناك انفصال بين الفئات المتطرفة ، فانه لا يمكن الاعتماد عليه واستخدامه لانه سوف يؤدي الى اخطاء لا محالة . اذن ، فالمدى المطلق لا يعطي دلالة واضحة لمدى انتشار القيم وتوزيعها ، لذلك نلجأ الى مقاييس اخرى لتبيان الاختلاف او التشتت ، وبها نحاول التخلص من أثر القيم المتطرفة التي قد تنحو ناحية التطرف الشاذ .

لماذا لا نستطيع الاعتماد على المدى المطلق في مقارنة مدى عينتين مختلفتين في الحجم .. اي في تشتت عينتين .. ؟

نصف المدى الربيعي Semi Inter- quartile range

بعد ان تبين لنا عيوب المدى المطلق Range ، فاننا نبحث عن مقياس آخر للتشتت يتلافى ما في المدى المطلق من عيوب . ولقد كان العيب الاساسي للمدى المطلق هو اهتمامه بالقيمتين المتطرفتين ، لذلك فاننا في مقياس التشتت الذي نحن بصدده ، وهو نصف المدى الربيعي ، سوف نستغني عن هاتين القيمتين المتطرفتين اللتين يهتم بهما المدى المطلق ، ونهتم بالجزء المتوسط من القيم والذي لا يتضمن الربع الأول ولا الربع الأخير من القيم ، وانما الذي يحتوي على قيمتين هما القيمة التي يقل عنها ربع عدد المجموعة فقط ، والقيمة التي يزيد عنها ربع افراد المجموعة فقط .

ولقد سبق لنا ان رأينا في الوسيط Median ان القيمة التي تقسم مجموعة القيم

الى نصفين، احدهما يحوي قيما اكبر منه او متساوية، والثاني يحوي قيما اصغر منه او متساوية، ولو قمنا بنفس هذا التقسيم على النصفين اللذين اليهما انقسمت المجموعة الاصلية، لانقسمت المجموعة كلها الى اربعة اقسام متساوية واصبح كل قسم من هذه الاقسام الاربعة المتساوية يسمى ربعا . فلكل مجموعة اربعة ارباع، ولكن كل نقطة من نقط التقسيم تسمى بالربيع، ونقط التقسيم هنا ثلاث نقط، اي ان كل مجموعة لها ثلاث ربيعات . فنحن اذا عددنا افراد أية مجموعة مبتدئين باقلها قيمة حتى نصل الى ربع افراد هذه المجموعة، فان النقطة التي نصل اليها بهذه الطريقة ويقع تحتها ربع مجموع افراد هذه المجموعة أي ٢٥٪، هي ما تسمى بالربيع الأدنى Lower - Quartile والتي نرمز لها بالرمز (ر١) او (QI)، أما اذا عددنا افراد هذه المجموعة مبتدئين باكبرها قيمة حتى نصل الى ربع افراد المجموعة، كانت النقطة التي نصل اليها بهذه الطريقة والتي يقع تحتها $\frac{٣}{٤}$ من مجموع افراد هذه المجموعة أي ٧٥٪ منها هي ما يسمى الربيع الأعلى، Upper quartile ونرمز لها بالرمز (ر٣) أو (Q3) وعلى هذا فان **الوسيط** يكون هو الربيع الثاني (ر٢) او (Q2) أي النقطة التي يقع تحتها ٥٠٪ من الحالات .

فالربع اذاً جزء من المجموعة بينما الربيع هو نقطة تحدد نهاية الربع .

طريقة ايجاد نصف المدى الربيعي:

١ ـ نحسب كل من الربيعين الاول والثالث

٢ ـ نطرح الربيع الاول من الربيع الثالث، فيكون الناتج هو المدى الربيعي .

٣ ـ بقسمة المدى الربيعي على (٢) يكون الناتج نصف المدى الربيعي .

كيف نحسب الربيع الأدنى والربيع الأعلى:

١ ـ رتبة الربيع الأدنى : $\frac{ن}{٤}$

ذلك ان (ن) هي عدد القيم الكلية للمجموعة او مجموع تكراراتها .

٢ ـ اما رتبة الربيع الأعلى : $\frac{ن}{٤}$ × ٣ ، او ان نطرح رتبة الربيع الأدنى من مجموع القيم الكلية .

٣ ـ نوجد قيمتي الربيعين بنفس طريقة ايجادنا للوسيط ، واليك جدول التوزيع التكراري التالي ولنحاول ان نحصل على نصف المدى الربيعي منه ، وهو يمثل درجات مجموعة مكونة من (١٦٤) طالبا في مادة اللغة الانجليزية :

ف	ك	تكرار متجمع صاعد
٨٥	٣	١٦٤
٨٠	٥	١٦١
٧٥	٥	١٥٦
٧٠	١٠	١٥١
٦٥ (فئة الربيع الأعلى)		
٦٠ ←	١٥	١٢٩ نقطة الربيع الأعلى
٥٥	٢٠	١١٤
٥٠	٢٧	٩٤
٤٥	٢٣	٦٧
٤٠ (فئة الربيع الأدنى)	١٥	٤٤ نقطة الربيع الأدنى
٣٥	١٣	٢٩
٣٠	١٢	١٦
٢٥	٤	٤
٢٠	صفر	صفر
	مجـ ك ١٦٤	

الربيع الأدنى والربيع الأعلى:

$$\text{رتبة الربيع الأدنى} = \frac{١٦٤}{٤} = ٤١$$

$$\text{رتبة الربيع الأعلى} = \frac{١٦٤}{٤} \times ٣ = ١٢٣$$

$$\text{الربيع الأدنى} = ٤٠ + \frac{١٢}{١٥} \times ٥ = ٤٤$$

$$\text{الربيع الثالث} = ٦٠ + \frac{٩}{١٥} ٥ = ٦٣$$

$$\text{اذن، نصف المدى الربيعي} = \frac{٦٣ - ٤٤}{٢} = \frac{١٩}{٢} = ٩,٥$$

واليك مثال آخر لدرجات (١٠٠) طالب في امتحان اللغة العربية (انظر ص ٣٣):

ف	ك	تكرار متجمع صاعد
٦٠	٣	١٠٠
٥٥	٨	٩٧
٥٠	١٣	٨٩
فئة الربيع الاعلى ← ٤٥	١٥	٧٦ ← نقطة الربيع الأعلى
٤٠	٢٠	٦١
فئة الربيع الادنى ← ٣٥	١٦	٤١ ← نقطة الربيع الادنى
٣٠	١٣	٢٥
٢٥	٩	١٢

ف	ك	تكرار متجمع صاعد
٢٠	٣	٣
	مجـ ك	١٠٠

$$\text{رتبة الربيع الادنى} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$$

$$\text{رتبة الربيع الأعلى} = \frac{١٠٠}{٤} \times ٣ = ٧٥$$

$$\text{الربيع الأدنى} = ٣٥$$

$$\text{الربيع الأعلى} = ٤٥ + \frac{١٤}{١٥} \times ٥ = ٤٥ + ٤{,}٧ = ٤٩{,}٧$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{٤٩{,}٧ - ٣٥}{٢} = \frac{١٤{,}٧}{٢} = ٧{,}٣٥$$

ويلاحظ ان الربيع الأدنى موجود في الجدول التكراري ولا يحتاج الى حساب، بينما نجد ان الربيع الأعلى جزء منه متضمن في الفئة (٤٠ —) والجزء الآخر في الفئة (٤٥ —) ولما كان الربيع تساوى (٧٥)، فانه في الفئة (٤٥ —) يوجد ١٤ طالباً من التكرار (١٥) وعلى ذلك حسب الربيع الأعلى على النحو الذي تم عليه.

واذا عدنا للمثال الخاص باوزان الـ (٤٠) طالباً (انظر ص ٣٥)، فاننا نحصل على نصف المدى الربيعي على النحو التالي:

ف	ك	التكرار المتجمع الصاعد
١٧٥	١	٤٠
١٧٠	١	٣٩
١٦٥	٢	٣٨
١٦٠	٣	٣٦
فئة الربيع الاعلى ١٥٥	٣	٣٣ نقطة الربيع الأعلى
١٥٠	٥	٣٠
١٤٥	٨	٣٥
١٤٠	٦	١٧
فئة الربيع الادنى ١٣٥	٦	١١ نقطة الربيع الادنى
١٣٠	١	٥
١٢٥	٣	٤
١٢٠	صفر	١
١١٥	١	١
	مجـ ك ٤٠	

رتبة الربيع الادنى $= \frac{٤٠}{٤} = ١٠$

رتبة الربيع الاعلى $= \frac{٤٠}{٤} \times ٣ = ٣٠$

الربيع الادنى $= ١٣٥ + \frac{٥}{٦} \times ٥ = ١٣٩,١٥ = ١٣٩,٢$

الربيع الاعلى = ١٥٥ (وهذا موجود في الجدول التكراري ولا نحتاج الى حسابه)

اذن = نصف المدى الربيعي = $\frac{١٥٥ - ١٣٩,٢}{٢} = \frac{١٥,٨}{٢} = ٧,٩$

الانحراف المتوسط: Mean Deviation

يتميز الانحراف المتوسط عن كل من المدى المطلق ونصف المدى الربيعي بانه (أي الانحراف المتوسط) **يتناول** جميع القيم المعطاة لنا في المجموعة، ومن ثم يتأثر بها، ذلك ان المدى المطلق ونصف المدى الربيعي يقصران حسابهما على قيمتين فقط من القيم المعطاه في المجموعة، فالمدى على سبيل المثال يأخذ أكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة ونصف المدى الربيعي يقتصر على الربيع الأدنى والربيع الأعلى، لذلك نستطيع القول دون تحفظ ان الانحراف المتوسط أدق من كل من المدى ونصف المدى الربيعي في قياس التشتت.

وتقوم فكرة الانحراف المتوسط على حساب انحراف كل قيمة من قيم المجموعة، فالمدى على سبيل المثال يأخذ اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة ونصف المدى الربيعي يقتصر على الربيع الأدنى والربيع الأعلى، لذلك نستطيع القول دون تحفظ ان الانحراف المتوسط أدق من كل من المدى ونصف المدى الربيعي في قياس التشتت.

وتقوم فكرة الانحراف المتوسط على حساب انحراف كل قيمة من قيم المجموعة عن المتوسط الحسابي، ذلك ان اختلاف (اي تباين) او اتفاق (اي انسجام) قيمة المجموعة يظهر من مدى اقترابها او ابتعادها عن المتوسط، فالقيم تكون منسجمة اذا ما تجمعت حول المتوسط ومتباينة كلما ابتعدت عن التجمع حول المتوسط، وقد يحدث نادرا ان يكون الانحراف مأخوذا عن الوسيط Median او اي قيمة متوسط اخرى.

كيفية حساب الانحراف المتوسط:

١ ـ حساب المتوسط الحسابي للقيم المعطاة لنا.

٢ ـ حساب انحراف (أي بعد) كل قيمة عن المتوسط الحسابي.

٣ ـ جمع الانحرافات دون اعتبار للاشارة (سواء أكانت موجبه او سالبه) ذلك ان من اهم خواص المتوسط الحسابي ان مجموع الانحرافات عنه الموجبة والسالبة متعادلة.

٤ ـ حساب متوسط هذه الانحرافات بقسمه مجموعها على عدد القيم المعطاة لـ ويكون المتوسط هذا هو نفسه الانحراف المتوسط.

اعطيت لك القيم الآتية:

٥٤ ـ ٤٥ ـ ٢٩ ـ ٦١ ـ ٤٣ ـ ٥٢ ـ ٣١

والمطلوب حساب الانحراف المتوسط لها لمعرفة مدى تشتتها:

القيم	الانحراف عن المتوسط
٥٤	٩
٤٥	صفر
٢٩	١٦ -
٦١	١٦
٤٣	٢ -
٥٢	٧
٣١	١٤ -
٣١٥	٣٢ -
	٣٢ +

المتوسط الحسابي ٣١٥ ÷ ٧ = ٤٥

مجموع الانحرافات = ٣٢ + ٣٢ = ٦٤

اذن الانحراف المتوسط = ٦٤ ÷ ٧ = ٩,١٤

حساب الانحراف المتوسط من جدول تكراري:

الجدول الثالث يمثل الفئات والتكرارات لمجموعة من الطلاب عددهم ١٣٦ طالباً في اختبار للميول المهنية والمطلوب حساب الانحراف المتوسط لمعرفة مدى تشتت هذه الفئات:

الفئات	التكرارات
٦٤	١٢
٦٠	٨
٥٦	٩
٥٢	١٢
٤٨	١٤
٤٤	١٦
٤٠	٢٠
٣٦	١٤
٣٢	١٥
٢٨	١٦

طريقة حساب الانحراف المتوسط من جدول تكراري:

١) حساب المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة (انظر ص ٢٣ ـ ٢٥)

الفئات	مركز الفئات	التكرار (ك)	الانحراف (حَ)	ك × ح/
٦٤	٦٦	١٢	٥	٦٠
٦٠	٦٢	٨	٤	٣٢
٥٦	٥٨	٩	٣	٢٧
٥٢	٥٤	١٢	٢	٢٤
٤٨	٥٠	١٤	١	١٤
٤٤	٤٦	١٦	صفر	صفر
٤٠	٤٢	٢٠	١ -	٢٠ -
٣٦	٣٨	١٤	٢ -	٢٨ -
٣٢	٣٤	١٥	٣ -	٤٥ -
٢٨	٣٠	١٦	٤ -	٦٤ -
		١٣٦		١٥٧
				١٥٧ -
				صفر

المتوسط الحسابي = مركز الفئة الصفرية + $\frac{\text{مجـ (ك حَ)}}{\text{مجـ ك}}$ × طول الفئة

أي = ٤٦ + $\frac{\text{صفر}}{\text{١٣٦}}$ × ٤ = ٤٦

٢) ايجاد الفرق بين مراكز الفئات والمتوسط الحسابي دون اعتبار للاشارة سالبة كانت ام موجبة:

مراكز الفئات (ف)	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي (/ح/)
٦٦	٢٠
٦٢	١٦
٥٨	١٢

مراكز الفئات (ف)	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي (/ح/)
٥٤	٨
٥٠	٤
٤٦	صفر
٤٢	٤
٣٨	٨
١٢	٣٤
٣٠	١٦

٣) ايجاد الانحراف المتوسط بضرب انحراف مركز كل فئة في التكرار وقسمه المجموع الكلي الناتج على مجموع التكرارات أي $\frac{\text{مجـ} /ح/ \times ك}{ن}$

/ح/	ك	/ح/ X.ك
٢٠	١٢	٢٤٠
١٦	٨	١٢٨
١٢	٩	١٠٨
٨	١٢	٩٦
٤	١٤	٥٦
صفر	١٦	صفر
٤	٢٠	٨٠
٨	١٤	١١٢
١٢	١٥	١٨٠
١٦	١٦	٢٥٦
	مجـ ك = ١٣٦	مجـ/ح/ X ك = ١٧٥٦

الانحراف المتوسط = $\frac{١٢٥٦}{١٣٦}$ = ٩,٢٤

واليك مثال آخر: فالجدول التالي يبين درجات (١٠٠) طالب في امتحان اللغة العربية، والمطلوب استخراج الانحراف المتوسط لقياس مدى تشتت درجاتهم:

الفئات	التكرار
٦٠	٣
٥٥	٨
٥٠	١٣
٤٥	١٥
٤٠	٢٠
٣٥	١٦
٣٠	١٣
٢٥	٩
٢٠	٣

الحل:

١) ايجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة:

ف	مركز الفئة	ك	ح/	ك ح/
٦٠	٦٢,٥	٣	٤	١٢
٥٥	٥٧,٥	٨	٣	٢٤
٥٠	٥٢,٥	١٣	٢	٢٦

ف	مركز الفئة	ك	ح/	ك ح/
٤٥	٤٧,٥	١٥	١	١٥
٤٠	٤٢,٥	٢٠	صفر	صفر
٣٥	٣٧,٥	١٦	١ −	١٦ −
٣٠	٣٢,٥	١٣	٢ −	٢٦ −
٢٥	٢٧,٥	٩	٣ −	٢٧ −
٢٠	٢٢,٥	٣	٤ −	١٢ −
		١٠٠		٧٧
				٨١ −
				٤ −

المتوسط الحسابي = ٤٢,٥ + $\frac{-٤}{١٠٠}$ × ٥

= ٤٢,٥ − ٠,٠٤ × ٥ = ٤٢,٥ − ,٢ = ٤٢,٣

٢) الانحراف المتوسط (أ) حساب انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي (/ح/)

مراكز الفئات	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط (/ح/)
٦٢,٥	٢٠,٢
٥٧,٥	١٥,٢
٥٢,٥	١٠,٢
٤٧,٥	٥,٢
٤٢,٥	صفر
٣٧,٥	٤,٨

مراكز الفئات	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط (/ح/)
٣٢,٥	٩,٨
٢٧,٥	١٤,٨
٢٢,٥	١٩,٨

(ب) استخراج مجـ ك×/ح/

٣	٢٠,٢	٦٠ر٦
٨	١٥,٢	١٢١ر٦
١٣	١٠,٢	١٣٢و٦
١٥	٥,٢	٧٨ر٠
٢٠	صفر	صفر
١٦	٤,٨	٧٦ر٨
١٣	٩,٨	١٢٧ر٤
٩	١٤ر٨	١٢٣ر٢
٣	١٩,٨	٥٩ر٤
		٧٨٩,٦

الانحراف المتوسط = مجـ ك × / ح/ أي أن

الانحراف المتوسط $= \frac{٧٨٩,٦}{١٠٠} =$ ٧.٨٩٦

واليك مثال ثالث: التوزيع التكراري التالي يبين اوزان ٤٠ طالباً، المطلوب ايجاد الانحراف لتبيان تشتت هذه الأوزان:

الفئات	التكرار
١٧٥	١
١٧٠	١
١٦٥	٢
١٦٠	٣
١٥٥	٣
١٥٠	٥
١٤٥	٨
١٤٠	٦
١٣٥	٦
١٣٠	١
١٢٥	٣
١٢٠	صفر
١١٥	١
	مجـ ك ٤٠

الحل:

١) ايجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة:

الفئات	مركز الفئات	ك	ح/	(ك ح/)
١٧٥	١٧٧,٥	١	٦	٦
١٧٠	١٧٢,٥	١	٥	٥
١٦٥	١٦٧,٥	٢	٤	٨
١٦٠	١٦٢,٥	٣	٣	٩

الفئات	مركز الفئات	ك	ح/	(ك ح/)
١٥٥	١٥٧,٥	٣	٢	٦
١٥٠	١٥٢,٥	٥	١	٥
١٤٥	١٤٧,٥	٨	صفر	صفر
١٤٠	١٤٢,٥	٦	- ١	- ٦
١٣٥	١٣٧,٥	٦	- ٢	- ١٢
١٣٠	١٣٢,٥	١	- ٣	- ٣
١٢٥	١٢٧,٥	٣	- ٤	- ١٢
١٢٠	١٢٢,٥	صفر	- ٥	صفر
١١٥	١١٧,٥	١	- ٦	- ٦
		٤٠		+ ٣٩
				— ٣٩

المتوسط الحسابي = ١٤٧,٥ + $\frac{\text{صفر}}{٤٠}$ × ٥ = ١٤٧,٥

٢) الانحراف المتوسط (أ) حساب انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي (/ ح/)

مراكز الفئات	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي / ح /
١٧٧٫٥	٣٠
١٧٢٫٥	٢٥
١٦٧٫٥	٢٠
١٦٢٫٥	١٥
١٥٧٫٥	١٠

مراكز الفئات	انحراف مراكز الفئات عن المتوسط الحسابي /ح/
١٥٢٫٥	٥
١٤٧٫٥	صفر
١٤٢٫٥	٥
١٣٧٫٥	١٠
١٣٢٫٥	١٥
١٢٧٫٥	٢٠
١٢٢٫٥	٢٥
١١٧٫٥	٣٠

(ب) استخراج مجـ ك × /ح/

ك	/ح/	ك /ح/
١	٣٠	٣٠
١	٢٥	٢٥
٢	٢٠	٤٠
٣	١٥	٤٥
٣	١٠	٣٠
٥	٥	٢٥
٨	صفر	صفر
٦	٥	٣٠
٦	١٠	٦٠
١	١٥	١٥
٣	٢٠	٦٠
صفر	٢٥	صفر
١	٣٠	٣٠
		٣٩٠

الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مجـ ك × / ح /}}{\text{ن}}$ أي

$$\frac{٣٩٠}{٤٠} = ٩,٧٥$$

نلاحظ مما سبق في الأمثلة التي أعطيناها اننا في الانحراف المتوسط، انما قد استخدمنا كل القيم المعطاة لنا، ولم نقتصر على قيمتين من القيم المعطاة لنا كما حدث بالنسبة للمدى المطلق او نصف المدى الربيعي.

الانحراف المعياري Standard Deviation

تبين لنا ان هناك صعوبة قد قابلتنا عند استخدامنا لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي كأساس لمقياس التشتت. وهذه الصعوبة هي الاشارات السالبة التي كنا نهملها. واتخذنا الانحراف المتوسط كمتوسط لمجموع الانحرافات دون اعتبار للاشارة، ولكن في الانحراف المعياري وجدنا طريقة أخرى للتغلب على صعوبة الاشارات السالبة، وهذه الطريقة هي تربيع الانحرافات، أي ضربها في نفسها فتصبح كلها موجبة، ذلك أن (- × - = +) وان (+ × + = +).

وعلى سبيل المثال، لو اخذنا القيم الآتية لايجاد الانحراف المعياري لها = ٥٤ - ٤٥ - ٢٩ - ٦١ - ٤٣ - ٥٢ - ٣١، فانه ينبغي علينا أولا - حساب المتوسط الحسابي لهذه القيم وهو هنا يساوي (٤٥)، ذلك ان مجموع القيم (٣١٥)، وعدد القيم (٧)، فالمتوسط اذن يساوي $\frac{٣١٥}{٧}$ = ٤٥

ثانياً = حساب انحراف الفئات عن المتوسط، ويوضح ذلك الجدول التالي

القيم	الانحراف عن المتوسط	مربع الانحراف عن المتوسط
	٩	
٥٤	صفر	٨١
٤٥	- ١٦	صفر
٣٩	١٦	٢٥٦
٦١	- ٢	-
٤٣	٧	٤
٥٢	- ١٤	٤٩
٣١	- ٣٢	١٩٦
مجـ ٣١٥	٣٢	٨٤٢

ثالثاً = تربيع الانحراف عن المتوسط، أي ضرب كل رقم في نفسه حتى نقضي على الاشارات السالبة، وهذه الخطوة واضحة في الجدول السابق.

رابعاً = حساب متوسط مربعات الانحراف، ويكون ذلك بقسمة مجموع مربعات الانحراف عن المتوسط على مجموع القيم أي $\frac{٨٤٢}{٧}$ = ١٢٠,٣ ومتوسط مربعات الانحراف هذا هو الذي تطلق عليه لفظ التباين Variance

خامساً = حساب الانحراف المعياري وهذا ما هو الا الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحراف أي = $\sqrt{١٢٠,٣}$ = ١٠,٩٦٧، اي ان الانحراف المعياري يساوي ١٠,٩٦٧.

حساب الانحراف المعياري من جدول تكراري:

اذا اخذنا الجدول التكراري السابق (انظر ص ٦٠) الخاص بدرجات (١٣٦) طالب في اختبار الميول المهنية لحساب الانحراف المعياري له، فإننا

نتبع الخطوات الآتية:

١) حساب المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة:

(١) ف	(٢) مركز الفئات	(٣) ك	(٤) ح	(٥) ك × ح/	(٦) ح	(٧) ك ح	(٨) ك ح/
٦٤	٦٦	١٢	٥	٦٠	٢٠	٢٤٠	٤٨٠٠
٦٠	٦٢	٨	٤	٣٢	١٦	١٢٨	٣٠٠٤٨
٥٦	٥٨	٩	٣	٢٧	١٢	١٠٨	١٢٩٦
٥٢	٥٤	١٢	٢	٢٤	٨	٩٦	٧٦٨
٤٨	٥٠	١٤	١	١٤	٤	٥٦	٢٢٤
٤٤	٤٦	١٦	صفر				
	٤٢	٢٠	١ -	٢٠ -	٤ -	٨٠ -	٣٢،٠
٣٦	٣٨	١٤	٢ -	٢٨ -	٨ -	١١٢ -	٨٩٦
٣٢	٣٤	١٥	٣ -	٤٥ -	١٢ -	١٨٠ -	٢١٦٠
٢٨	٣٠	١٦	٤ -	٦٤ -	١٦ -	٢٥٦ -	٤٠٩٦
		مجـ ١٢٦		١٥٧ -		٦٢٨ -	٧٤٧٢
				١٥٧		٦٢٨	
				صفر		صفر	

المتوسط الحسابي $= ٤٦ + \frac{\text{صفر}}{١٣٦} \times ٤ = ٤٦$

٢) ايجاد انحراف مركز كل فئة عن المتوسط الحسابي دون اهمال للاشارات السالبة (العمود السادس) انظر ص .

٣) ايجاد حاصل ضرب كل انحراف في تكرار الفئة أي ك × ح (وهذا نجده في العمود السابع).

٤) ضرب حاصل ضرب السابق (العمود السابع أي ك ح) في الانحراف العمود السادس أي ح) مرة ثانية .

٥) ايجاد مجموع حاصل ضرب العمود السادس أي (ح) في العمود السابع أي (ك ح) ووضعها في عمود ثامن يسمى (ك ح^٢) وهو هنا يساوي ٧٤٧٢ .

٦) نقسم المجموع الذي حصلنا عليه في الخطوة السابقة (العمود الثامن) على مجموع التكرارات (١٣٦) ثم نوجد الجذر التربيعي لخارج القسمة هذه والناتج لهذا يكون هو الانحراف المعياري، ويوضع في هذه الصورة التالية :

$$\sqrt{\frac{٧٤٧٢}{١٣٦}} = \sqrt{٥٤,٩٤}$$

$$= ٧,٤١٢$$

ولنعطي مثالا آخر، وليكن المثال الخاص بالطلاب البالغ عددهم ١٠٠ طالب والذي أجري عليهم امتحان في اللغة العربية (انظر ص)، وكان المتوسط الحسابي في هذا المثال يساوي ٤٢,٣ اي ان المتوسط الحسابي عدد كسري، كما ان الانحرافات كانت ايضا اعداد كسرية، فعملية الحصول على الانحراف المعياري بالطريقة التي اتبعت في المثال السابق سوف تكون معقدة جدا، ذلك لما نحتاجه من عمليات ضرب وتربيع الاعداد الكسرية، لذلك سوف نحاول الحصول على الانحراف المعياري بطريقة مختصرة طبقا للقانون الآتي :ـ

$$\sqrt{\frac{\text{مجـ ك ح}^{\prime 2}}{\text{ن}} - \frac{(\text{مجـ ك ح}^{\prime})^2}{\text{ن}}}$$

الفئات ف	التكرار ك	الانحراف ح َ	التكرار × الانحراف ك حَ	الانحراف × ك ح ك حَ ٢
٦٠	٣	٤	١٢	٤٨
٥٥	٨	٣	٢٤	٧٢
٥٠	١٣	٢	٢٦	٥٢
٤٥	١٥	١	١٥	١٥
٤٠	٣٠	صفر	صفر	صفر
٣٥	١٦	-١	-١٦	١٦
٣٠	١٣	-٢	-٢٦	٥١
٢٥	٩	-٣	-٢٧	٨١
٢٠	٢	-٤	-١٢	٤٨
			٧٧ -٨١ -٤	٣٨٤

نبدأ الخطوة الاولى في الحصول على المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة .

والخطوة الثانية تتمثل في ضرب التكرار ك في الانحراف (حَ) اي (ك × حَ) (العمود الثالث)

والخطوة الثالثة تتمثل في ضرب الانحراف (حَ) الفرضي في ك ح ويكون الناتج (ك ح/٢) (العمود الرابع)

المتوسط $= ٤٢,٥ + \frac{-٤}{١٠٠} \times ٥ = ٤٢,٣$

الانحراف المعياري $= ٥ \sqrt{\frac{٣٨٤}{١٠٠} - \left(\frac{١٠٠}{-٤}\right)^{٢}}$

الانحراف المعياري $= ٥ \sqrt{٣,٨٤ + -,٠١٦}$

الانحراف المعياري = ٥ $\sqrt{٣,٨٤٢}$

الانحراف المعياري = ٥ × ١,٩٦٠ = ٩,٨٠٠

ويمكن استخدام هذه الطريقة ايضا في مثال وزن الـ (٤٠) طالب والفئات والتكرارات كانت على النحو التالي -

الفئات	التكرار
١٧٥	١
١٧٠	١
١٦٥	٢
١٦٠	٣
١٥٥	٣
١٥٠	٥
١٤٥	٨
١٤٠	٦
١٣٥	٦
١٣٠	١
١٢٥	٣
١٢٠	صفر
١١٥	١
	مجـ ك = ٤٠

والخطوة الأولى تتمثل في ايجاد المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة وكان يساوي ١٤٧,٥ (انظر صفحة ٦٥)

والخطوة الثانية هي ايجاد مربعات الانحرافات الفرضية ذلك بضرب الانحراف الفرضي (حَ) في (ك حَ) وعلى ذلك يتكون الجدول الآتي: ـ

ف	ك	ح /	ك ح /	ك × ح /٢
١٧٥	١	٦	٦	٣٦
١٧٠	١	٥	٥	٢٥
١٦٥	٢	٤	٨	٣٢
١٦٠	٣	٣	٩	٢٧
١٥٥	٣	٢	٦	١٢
١٥٠	٥	١	٥	٥
١٤٥	٨	صفر	صفر	صفر
١٤٠	٦	- ١	- ٦	٦
١٣٥	٦	- ٢	٢٤	
١٣٠	١	- ٣	- ٣	٩
١٢٥	٣	- ٤	- ١١	٤٨
١٢٠	صفر	- ٥	صفر	صفر
١١٥	١	- ٦	- ٦	٣٦
مجـ ك = ٤٠			- ٣٩	
			+ ٣٩	
			صفر	

والجذر التربيعي طبقا للمعادلة = ف = $\sqrt{\frac{\text{مجـ ك ح}/^{2}}{\text{ن}} - \frac{(\text{مجـ ك ح}/)}{\text{ن}}}$

$$\text{ع} = 5\sqrt{\frac{260}{40} - \frac{(\text{صفر})^{2}}{40}}$$

$$ع = ٥ \sqrt{\text{٦,٥ - صفر}} = ٥ \sqrt{٦٥} =$$

$$ع = ٥ \times ٢,٥٤٩٥ = ١٢,٧٤٧٥$$

عرضنا فيما سبق لكيفية الحصول على المتوسط الحسابي من القيم المتقطعة Discrete Values وقلنا انه في حالة محاولتنا الحصول على المتوسط من جدول تكراري لقيم متقطعة ، فإن الفرق الوحيد بين الجدول التكراري للقيم المتقطعة والجدول التكراري للقيم المتصلة ان هذا الأخير نستخدم فيه مراكز الفئة ، بينما الأول لا تستخدم فيه مراكز للفئة ، انما تستخدم القيم المعطاة نفسها ، ويكون اختيارنا للقيمة خاضع للمبادىء التي على اساسها نختار مركز الفئة الصفرية (انظر صفحتي ٢٥ ، ٢٦).

واذا اخذنا المثال السابق لتوزيع عدد الابناء في (١٠٠) عائلة (صفحة ٢٦) ، فان المتوسط الحسابي لعدد افراد هذه العائلات كان (٤,٣٩) واذا حاولنا ان نحصل على الانحراف المعياري لقياس تشتت هذه الاعداد ، فاننا نضيف الخطوات السابقة التي حصلنا منها على المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة الا خطوة واحدة وهي ضرب (ك ح/) في (ح/) ذلك للحصول على مربعات الانحراف الفرضية (ك $ح/^{2}$) وهذه الخطوة تظهر في العمود الخامس للجدول التالي : ــ

(١) عدد الابناء في العائلة ف	(٢) عدد العائلات ك	(٣) الانحراف الفرضي ح	(٤) التكرار X الانحراف ك X ح/	(٥) الانحراف الفرضي (التكرار X الانحراف) ك X ح/^{٢}
صفر	٣	- ٤	- ١٢	٤٨
١	٧	- ٣	- ٢١	٦٣
٢	١١	- ٢	- ٢٢	٤٤
٣	١٤	- ١	- ١٤	١٤
٤	٢٠	صفر	صفر	صفر
٥	١٦	١	١٦	١٦
٦	١٢	٢	٢٤	٤٨
٧	٧	٣	٢١	٦٣
٨	٥	٤	٢٠	٨٠
٩	٣	٥	١٥	٧٥
١٠	٢	٦	١٢	٧٢
	مجـ ك =	(١٠٠)	مجـ ح + ١٠٨	٥٢٣
			- ٦٩	
			٣٩	

$$ع = ١ \sqrt{\frac{٥٢٣}{١٠٠} - \left(\frac{٣٩}{١٠٠}\right)^{٢}} = ١ \sqrt{٥,٢٣ - ,١٥}$$

$$ع = ١ \sqrt{٥,٠٨} = ١ \times ٢,٢٥ = ٢,٢٥$$

مقارنة بين مقاييس التشتت

لقد تبين لنا ان المدى المطلق في المجموعات الكبيرة يمكن أن يكون د فائدة، وان كانت فائدة محددة، وهو من ناحية اخرى اقل مقاييس التشتت ثباتا ودقة، لذلك فهو قليل الاستعمال لتأثره بالقيم المتطرفة الشاذة التي لا تمثل المجموعة التي ينتمي اليها .

كما تبين ايضا ان نصف المدى الربيعي، وان كان اكثر دقة من المدى المطلق لتعرضه للجزء الاوسط من المجموعة، والذي يكون أهمها واكثرها انتظاما، الا انه رغم هذا، فهو ايضا يتعرض لقيمتين هما الربيع الاعلى، والربيع الأدنى فقط.

ولكن الانحراف المتوسط والانحراف المعياري يتلافيا ما في المدى المطلق، ونصف المدى الربيعي من عيوب، ذلك انهما يدخلان في حسابهما جميع قيم المجموعة . .

ولكن متى نستخدم المدى المطلق . . .

أ ـ اذا أردنا معرفة مدى اتساع التوزيع للقيم المعطاة لنا .

ب ـ اذا تأكد لنا عدم وجود قيم شديدة التطرف .

ومتى يمكن لنا استخدام نصف المدى الربيعي . .

أ ـ عندما نحتاج لمقياس تقريبي للتشتت في اقصر وقت .

ب ـ عندما تأكدنا من وجود قيم شديدة التطرف اذا ما قورنت بالقيم الأخرى .

ج ـ اذا اردنا الحصول على مقياس للتشتت في جدول تكراري مفتوح .

د ـ اذا اردنا معرفة مستوى تركيز القيم حول الوسيط .

متى نستخدم الانحراف المتوسط والانحراف المعياري؟

كما سبق ان قلنا، فإن كل من الانحراف المتوسط والانحراف المعياري يستخدمان كل القيم المعطاة لنا، الا ان الانحراف المعياري اكثر استخداما من الانحراف المتوسط، ذلك انه يستخدم في طرق احصائية متعددة.

ونحن نستخدم هذين المقياسين: ـ

١ ـ عندما نريد الحصول على معامل للتشتت يتميز بقدر وآخر من الثبات والدقة ويفضل هنا الانحراف المعياري عن الانحراف المتوسط.

٢ ـ اذا ما اردنا اعطاء اوزان لجميع الانحرافات تبعا لقربها او بعدها عن المتوسط الحسابي.

٣ ـ اذا كنا نريد الحصول على معاملات ارتباط او مقاييس للدلالة، فإن المعامل الذي يفضل استخدامه في هذه الحالة هو الانحراف المعياري.

وينبغي ان نشير هنا الى ان هذه المقاييس المختلفة لا تؤدي الى نتيجة عددية واحدة، ذلك ان كل منهم ينظر الى التشتت من جانب معين، فالمدى المطلق ونصف المدى الربيعي ينظران الى اتساع التوزيع، بينما الانحراف المتوسط والانحراف المعياري ينظران الى مدى التشتت او تجمع القيم حول المتوسط..

تمارين عامة

تمرين (١)

يصدر التوزيع التكراري التالي اجور ١٠٠ عاملة بأحد المصانع والمطلوب حساب المتوسط الحسابي لهذه الاجور وايجاد الوسيط لها أيضا:

الفئة	التكرار
٢١	٣
٢٥	٨
٢٩	٨
٣٣	١٢
٣٧	١٥
٤١	١٥
٤٥	١٢
٤٩	١١
٥٣	٩
٥٧	٥
٦١	٢

تمرين (٢)

اجرى امتحان لمجموعتين من الطلبة والطالبات بمجموع كل منهما ٣٠ فردا والجدولين التاليين يبينان التوزيع التكراري لامتحانهما في مادتي الكيمياء والطبيعة .

أ ـ الطلبة:

الفئات	التكرارات
٤٠	٢
٥٠	٣
٦٠	٩
٧٠	١١
٨٠	٥
	مجـ ك ٣٠

ب ـ الطالبات:

الفئات	التكرارات
٤٠	٣
٥٠	٥
٦٠	٦
٧٠	١٠
٨٠	٦
	مجـ ك ٣٠

المطلوب

١ ـ حساب المدى المطلق

٢ ـ نصف المدى الربيعي.

٣ ـ بيان ايهما اكثر تشتتا واي هذين المقياسين اصلح .

تمرين (٣)

الفئات	التكرارات
١٥	٨
٢٠	١٣
٢٥	٢٣
٣٠	٢٦
٣٥	٢٦
٤٠	٢٠
٤٥	١٨
٥٠	١٣
٥٥	٣

هذا التوزيع انما هو توزيع دخل ١٥٠ اسرة عراقية والمطلوب

(١) حساب الانحراف المتوسط لتباين تشتت هذه الدخول .

(٢) واستخراج نصف المدى الربيعي وتبيان اي المقياسين ادق ولماذا .

تمرين (٤)

الجدول التكراري التالي يوضح درجات مجموعة من تلاميذ احدى المدارس الابتدائية عددهم ٦٠ تلميذا وتلميذة من مادة الرسم والمطلوب حساب الانحراف المتوسط والانحراف المعياري لهذه الدرجات لقياس مدى تشتتها ، مع الاشارة الى اي المقياسين تفضل، ولماذا ؟

الفئات	التكرار
٣٠	١٣
٢٥	٩
٢٠	٩
١٥	٩
١٠	١٥
٥	٥

الفصل الرابع

العينات

Samples

ولكن هل يمكن لنا قياس الظاهر أو السمة أو القدرة التي نريد قياسها عند كل افراد المجتمع . كالمجتمع المصري مثلا اي هل يمكن لنا معرفة المقاييس الفعلية لجمهور المجتمع كله ؟ أي المقاييس البارامترية ؟ Paramemteric measures

انه يصعب علينا هذا بطبيعة الحال ، لذلك نلجأ كما يلجأ غيرنا من الباحثين الى دراستها في عينات ممثلة representative .. واختيار العينة اختيارا سليما يجعل النتائج التي نتوصل اليها لا تقل دقة عن تلك التي تسفر عنها طريقة الحصر الشامل .

وهناك شروط معينة لاختيار العينة :

١ - **المجتمع الذي سوف نختار منه عينتنا** : هل هو عينة من الطلاب الجامعيين أو طلاب المدارس .. أو الحرفيين .. أو عمال المصانع أو عمال مصنع معين .. من الذكور .. أو من الاناث .. أو منهما معا . وان كانت عينتنا من الاناث .. فالاناث العاملات .. أو غير العاملات من المتعلمات .. أو من غير العاملات .. ان الشرط الوحيد هنا هو صدق تمثيل العينة المختارة للمجتمع الأصلي Population .

٢ - **حجم العينة** .. والعينة الكبيرة عند الاحصائيين هي التي تتكون من ٣٠ فردا أو يزيد ..

٣ - **الفرص المتساوية لوحدات المجتمع الأصلي . .** على الباحث أن يتحقق من أنه قد أعطى وحدات المجتمع التي تخير منه عينته فرصا متساوية Equal chances في الاختيار .

أنواع العينات:

ولاختيار العينة فان هناك طرقا معروفة لهذا الاختيار :

العينة العشوائية Random sample

هي عينة مختارة بدون ترتيب أو نظام مقصود فكل أفراد المجتمع الذي اخترنا منه كان لهم فرص متساوية في الاختيار ولم يكن هناك تحيز عند الاختيار ، فالعينة العشوائية هي عينة غير متحيزة Unbiassed . فلنفرض أننا نريد اختيار (٦٠) طالباً من طلاب السنة الأولى بكلية الهندسة لدراسة بعض من السمات الشخصية فلكي نختار اختياراً عشوائياً غير متحيز هو أن نلجأ لكشوف أسماء الطلاب المرقمة ونأخذ الطلاب رقم: ٢ ، ١٢ ، ٢٢ ، ٤٢ ، ٥٢ . . الخ . . حتى نحصل على مجموع الأفراد الذين نريدهم . وقد نلجأ في الاختيار لكشوف الدرجات العشوائية ونتخير على أساسها . .

العينة المقيدة Controlled sample

قد نقوم ببحث علمي تتطلب في عينته سمات أو خصائص معينة . . وقد يكون هذا البحث عن الطلبة الموهوبين ، وتكون شروط الموهبة الأولية عندك الحصول على ١٥٪ فأكثر في امتحان الثانوية العامة . فالمطلوب منك اولا حصر عدد الأفراد الذين يتوافر فيهم هذا الشرط بين مجموع طلاب الثانوية العامة وسيتبين لك ان عددهم قليل لدرجة أن عينتك سوف تستنفذهم كلهم . . عندئذ لا تكون مشكلتك مشكلة اختيار عينة من بين أفراد مجتمع الطلاب بل هي حصولك على عدد كاف من هؤلاء الطلاب تبعا للشروط الموضوعية ، أما

اذا كان عدد هؤلاء المستوفين للشرط كثيرين ذلك أنك قد حصرتهم فانك سوف تحاول وضع شرط أو شروط جديدة حتى تحد من عددهم هنا يتبين لنا أن هذه العينة المقيدة تتطلب أولا حصر الأفراد المستوفين للشروط في المجتمع الاصلي ثم اختيار العينة المطلوبة من بين هؤلاء الأفراد ويكون هذا هو الشرط الثاني . .

العينة الطبقية: Stratified sample

العينة الطبقية تجمع بين العينتين السابقتين ذلك انها مقيدة بصفات المجتمع الأصلي وهي عشوائية في حدود هذه الصفات . . وهذه العينة تستلزم من الباحث الذي يتخير عينته في ضوءها أن يحلل المجتمع الأصلي أولا ، ثم يختار عشوائيا في ضوء صفات هذا المجتمع . . وقد يكون المجتمع موضع الدراسة على سبيل المثال مجتمع طبقي . فعلى الباحث أن يختار أفراد عينته من الطبقات كلها وأن يكون أفراد هذه العينة من ناحية أخرى مختارين عشوائيا وبنسب واحدة من الطبقات المختلفة .

الدرجة المعيارية: Standard score

لمقارنة درجة فرد بغيره من الأفراد ولمعرفة معنى الدرجة الحاصل عليها أو لمقارنة درجات فرد في امتحانات مختلفة أو اختبارات تقيس أشياء مختلفة . فانه يمكن تحويل الدرجة الخام Raw score الحاصل عليها الى درجة معيارية Standard score وذلك عن طريق ايجاد المتوسط الحسابي لدرجات المجموعة في هذا الاختبار أو الامتحان أو غيره ، كذلك ايجاد الانحراف المعياري لها ثم ايجاد الفرق بين الدرجة الخام للفرد وبين المتوسط الحسابي وقسمة هذا الفرق على قيمة الانحراف المعياري وبذلك نحصل على الدرجة المعيارية .

فاذا رمزنا للدرجة الخام Raw score بالرمز (س)

ورمزنا للمتوسط الحسابي Arithmetic Mean بالرمز (م)

ورمزنا للانحراف المعياري Standard Deviation بالرمز (ع)

فاننا نستطيع الحصول على الدرجة المعيارية عن طريق المعادلة الآتية:

$$\text{الدرجة المعيارية (ص)} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

فالدرجة المعيارية اذ تعبر عن الفرق بين الدرجة الخام للفرد ومتوسط درجة الجماعة التي ينتمي اليها في ضوء الانحراف المعياري وعلى هذا فالدرجة المعيارية تعتمد في حسابها على المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وهي تضع في الاعتبار تشتت الدرجات ذلك أن هذا التشتت يؤثر في مركز الدرجة من متغير لآخر ومن اختبار لآخر (اختبار تحصيل دراسي، استعداد، ميول مهنية أو وزن، سن.. الخ) وكما نعرف فان الانحراف المعياري انما هو مقياس للتشتت ومركز الفرد يختلف من اختبار لآخر حتى وان تساوى انحراف الدرجة ذلك بسبب اختلاف التشتت.

وانحراف الدرجات عن المتوسط يوضح مستوياتها المختلفة فاذا كان الانحراف عن المتوسط موجبا فان هذا يعني زيادة الدرجة عن المتوسط أما اذا كان الانحراف عن المتوسط سالبا، فهذا يعني نقصان الدرجة عن المتوسط.

فالانحراف يساوي الدرجة الحاصل عليها الفرد مطروحا منها المتوسط، فاذا كان هناك على سبيل المثال طالب قد حصل على «٢٢ درجة» في امتحان الحساب وكان متوسط درجات هذا الامتحان تساوي «١٨ درجة» فان هذه الدرجة تنحرف عن المتوسط انحرافا موجبا مقداره (٤ درجات) ذلك أن الانحراف هنا يساوى (٢٢ ـ ١٨ = ٤) كذلك فإن الطالب الحاصل

على« ١٥ درجة » تنحرف درجته عن المتوسط انحرافا سلبيا بمقدار « — ٣ » فالانحراف هنا يساوي (١٥ — ١٨ = — ٣).

ولكن هل يمكننا الانحراف من أن يأتي حكمنا بواسطته صحيحا؟ قبل أن نجيب على هذا السؤال نعطي المثال التالي:

لقد طبقت أربعة اختبارات على مجموعة من الطلاب، وكان نتيجة واحد منهم كما يعرضها الجدول التالي:

الاختبار	المتوسط	الدرجة	الانحراف عن المتوسط
القدرة الحسابية	١٨	٢٢	+ ٤
القدرة اللغوية	٢٠	٢٤	+ ٤
القدرة الموسيقية	١٥	١٢	— ٣
القدرة الميكانيكية	١٠	٧	— ٣

نلاحظ على الجدول أن انحراف درجات الطالب في اختباري القدرة الحسابية والقدرة اللغوية متساوية وأن انحراف درجاته في اختباري القدرة الموسيقية والقدرة الميكانيكية متساوية كذلك فهل تفوقه في القدرة الحسابية مساوى لتفوقه في القدرة اللغوية؟ وأن ضعفه في القدرة الموسيقية يساوي ضعفه في القدرة الميكانيكية؟ ان قيمة الانحرافات تؤكد صحة هذا الاستنتاج.

والحقيقة أن درجات الأفراد قد تنتشر بعيدا جدا عن المتوسط بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوي (٤ درجات) قريبا جدا بالنسبة للتوزيع من المتوسط وهذا لا يؤدي الى حكمنا حكما صحيحا على مستوى الطالب. كذلك

فان الانحراف السالب (— ٣) قد يصبح قريبا من ذلك المتوسط بالنسبة للتوزيع وقد يضيق انتشار الدرجات ويقل تشتتها بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوي (٤ درجات) بعيدا عن المتوسط بالنسبة للتوزيع وهذا يحدد لمثل ذلك التشتت مستوا عاليا من مستويات ذلك الاختبار . والأمر سوف يتضح لو تبينت القيم المختلفة لتشتت Dispersion درجات الاختبارات الاربعة السابقة ونسبة مستوى هذا التفوق أو هذا الضعف لهذه الاختبارات ذلك أننا سوف تنزع على الفور لتخطئة حكمنا السابق .

فاذا كان الانحراف المعياري للاختبار الأول يساوي (٥) والانحراف المعياري للاختبار الثاني يساوي (٦) والانحراف المعياري للاختبار الثالث يساوي (٣) والانحراف المعياري للاختبار الرابع يساوي (٤) فانه نسبة انحراف درجة الطالب في الاختبار الأول الى الانحراف المعياري لهذا الاختبار يساوي ($\frac{٤}{٥}$ = ٠,٨) وهذا الناتج يعبر عن مستوى الطالب في القدرة الحسابية . وان نسبة انحراف درجته في الاختبار الثاني الى الانحراف المعياري لهذا الاختبار يساوي ($\frac{٤}{٦}$ = ٠,٦٧) وهذا الناتج يعبر عن مستوى الطالب في القدرة اللغوية . وهذا يعني أن مستواه في القدرة الحسابية أعلى منها في القدرة اللغوية .

كذلك فان نسبة درجته في الاختبار الثالث الى الانحراف المعياري لهذا الاختبار تساوي ($\frac{-٣}{٣}$ = — ١,٠) وهذا يعبر عن مستوى هذا الطالب في القدرة الموسيقية . وأن نسبة درجته في الاختبار الرابع الى الانحراف المعياري تساوي ($\frac{-٣}{٤}$ = — ٠,٧٥) وهذا يعبر عن مستواه في القدرة الميكانيكية .

وهذا يعني أن ضعفه في القدرة الموسيقية أكبر منها في القدرة الميكانيكية . من هذا نستطيع أن نقول أن حكمنا هنا في ضوء الانحراف المعياري هو

الحكم الأصوب. كذلك فاننا نشير الى أن الدرجة الناتجة من قسمة الانحراف على الانحراف المعياري هي الدرجة المعيارية والتي حصلنا عليها طبقا للقانون الذي سبق أن عرضنا له في بداية هذه المحاضرة.

الخصائص الاحصائية للدرجة المعيارية

ـ المتوسط الحسابي للدرجة المعيارية لأي توزيع تكراري تساوي (صفر) بصفة دائمة. والانحراف المعياري يساوي (واحد صحيح) لذلك فانه يمكن لنا أن نقارن درجات الاختبارات المختلفة مهما كان متوسط درجاتها الخام ومهما كانت قيم انحرافاتها المعيارية، ذلك لأن عملية تحويل الدرجات الخام الى درجات معيارية توحد متوسطات جميع تلك الاختبارات (أي نقطة الصفر) وتجعل وحدات المقياس متساوية في كل اختبار من هذه الاختبارات ذلك أن كل منها يساوي (واحد صحيح).

ـ ان الدرجات التي تقل في قيمتها العددية عن المتوسط (كما سبق أن بينا) تنحرف عنه انحرافا سالبا والدرجات التي تزيد في قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافا موجبا.

س	ح	ح^{2}	ح / ع	(ح / ع)^{2}
٣	-٧	٤٩		
٢	-٨	٦٤		
١	-٩	٨١		
٦	-٤	١٦		
٨	-٢	٤		
١٤	+٤	١٦		

س	ح	ح²	$\frac{ح}{ع}$	$(\frac{ح}{ع})^2$
١٢	٢ +	٤		
١٧	٧ +	٤٩		
١٩	٩ +	٨١		
١٨	٨ +	٦٤		
١٠٠	٣٠ —	مجـ ٤٢٨	مجـ صفر	مجـ
	٣٠ +	$ع = \sqrt{\frac{٤٢٨}{١٠}}$	$م = \frac{صفر}{١٠}$	$ع = \sqrt{\quad}$
	صفر		= صفر	= ١

المئين Percentile

تبين لنا عند دراسة نصف المدى الربيعي أن للمجموعة ثلاث ربيعات وأربعة أرباع . فنحن اذا عددنا أفراد أية مجموعة مبتدئين بأقلها قيمة حتى نصل الى ربع أفراد هذه المجموعة ،فان النقطة التي نصل اليها بهذه الطريقة ويقع تحتها ($\frac{١}{٤}$) مجموع أفراد هذه المجموعة أي ٢٥ ٪ ، هي ما تسمى بالربيع الأدنى Quartile Lower أما اذا عددنا أفراد هذه المجموعة مبتدئين بأكبرها قيمة حتى نصل الى ربع أفراد المجموعة ، كانت النقطة التي نصل اليها بهذه الطريقة ، والتي يقع تحتها $\frac{٣}{٤}$ من مجموع أفراد هذه المجموعة أي ٧٥ ٪ منها هي ما تسمى بالربيع الأعلى Upper Quartile كذلك عرفنا أن الوسيط Median هو الربيع الثاني أي النقطة التي يقع تحتها ٥٠ ٪ من الحالات .

ولكن لو قسمنا المجموعة الى مائة جزء ، فان المئين يكون هو النقطة التي

تحدد هذه الأجزاء، ذلك ان المئين هو أحد النقط الـ (١٠٠) التي ينقسم اليها التوزيع الى مائة جزء فهو يحتوي على $\frac{١}{١٠٠}$ من الأجزاء أو الدرجات أو الأفراد، فالمئين الـ ٨٠ مثلا لدرجات مجموعة من الطلاب في اختبار للقدرات يعني القيمة التي يفوقها او يتعداها ٢٠٪ من الطلاب والتي يقل عنها أو يقع دونها ٨٠٪ منهم اذا كان الترتيب المستخدم تنازليا، فالتوزيع اذا يقسم الى (١٠٠) مستوى أو (١٠٠) جزء أو (١٠٠) فئة ثم ننسب درجة الفرد الى أحد هذه المستويات أو تلك الأجزاء أو الفئات. فنحن عندما نرتب درجات الأفراد ترتيبا تصاعديا أو تنازليا يمكن تحديد الوضع النسبي للفرد أي وضع الفرد بالنسبة لأقرانه في المجموعة.

ونحن في مجال علم النفس نستخدم المقاييس العقلية، وهذه تكون نتائجها على هيئة مئين، لذلك نلاحظ أن الاختبارات أو المعايير العقلية ملحق بها جدول يبين المئين المقابل للدرجات المختلفة ذلك حتى اذا طبقناها على أي الأفراد وصحح هذا الاختبار فإننا من الجدول يمكن معرفة مركز هذا الفرد بالنسبة لزملائه أو يمكن معرفة رتبته المئينية Percentile Rank أي تحديد الوضع النسبي له.

فاذا كان لدينا مجموعة مكونة من (٥٠) طالبا وكان لدينا طالب حصل على درجة أفضل من ٤٠ طالبا من هذه المجموعة فمعنى هذا أن هناك ٩ طلاب قد حصلوا على درجات أفضل منه، وهذا يعني أيضا أنه يقع في المئين الـ ٨٠ على هذا يمكن حساب الدرجة المئينية لهذا الطالب طبقا للمعادلة الآتية:

$$\frac{\text{٤٠ (وهم عدد الطلاب الأقل منه} \times \text{١٠٠}}{\text{٥٠ (وهو عدد المجموعة كلها)}} = \text{٨٠}$$

ومعنى ذلك أنه قد حصل على درجات أعلى من (٨٠٪) من مجموعة الطلاب التي ينتمي اليها، و ٢٠٪ حصلوا على درجات أعلى منه.

وعلى هذا فالربيع الادنى هو نفسه المئين الـ (٢٥) والربيع الاعلى هو نفسه المئين الـ (٧٥) ذلك أن المئين الخامس والعشرين والربيع الادنى تقع قبلها ربع القيم، كذلك فان الربيع الاعلى أ. المئين الخامس والسبعين يقع قبله ثلاثة ارباع القيم.

وإذا رجعنا للمثال المعطى لنا وهو يمثل درجات مجموعة مكونة من (١٦٤) طالب في مادة اللغة الانجليزية:

تكرار متجمع صاعد	ك	ف
١٦٤	٣	٨٥
١٦١	٥	٨٠
١٥٦	٥	٧٥
١٥١	١٠	٧٠
١٤١	١٢	٦٥
١٢٩ ـــ نقطة الربيع الأعلى	١٥	٦٠ فئة الربيع الاعلى
١١٤	٢٠	٥٥
٩٤	٢٧	٥٠
٦٧	٢٣	٤٥
٤٤ ـــ نقطة الربيع الأدنى	١٥	٤٠ فئة الربيع الادنى
٢٩	١٣	٣٥
١٦	١٢	٣٠
٤	٤	٢٥
صفر	صفر	٢٠
	مج ك ١٦٤	

وقد حسب الربيع الأدنى والربيع الاعلى على النحو التالي:

رتبة الربيع الأدنى $= \frac{١٦٤}{٤} = ٤١$

رتبة الربيع الاعلى $= \frac{١٦٤}{٤} \times ٣ = ١٢٣$

الربيع الأدنى $= ٤٠ + \frac{١٢}{١٥} \times ٥ = ٤٤$

الربيع الأعلى $= ٦٠ + \frac{٩}{١٥} \times ٥ = ٦٣$

فإذا أردنا أن نعرف المئين (٢٥) فائن رتبته $= \frac{٢٥}{١٠٠} \times ١٦٤ = ٤١$
وهذا يعني أنه سوف يكون في الفئة (٤٠ ـ) . وتكون قيمته =

$$٤٠ + \frac{٤١ - ٢٩}{١٥} \times ٥ = ٤٠ + \frac{١٢}{١٥} \times ٥ = ٤٠ + ٤ = ٤٤$$

وإذا رغبنا معرفة المئين الـ (٧٥) فإن رتبته $= \frac{٧٥}{١٠٠} \times ١٦٤ =$
١٢٣ وهذا يعني أنه سيكون في الفئة (٦٠ ـ) وتكون قيمته =

$$٦٠ + \frac{١٢٣ - ١١٤}{١٥} \times ٥ = ٦٠ + \frac{٩}{١٥} \times ٥ = ٦٣$$

أي أن الربيع الأدنى هو المئين الـ (٢٥) والربيع الأعلى هو نفسه المئين الـ (٧٥) كما سبق القول . . .

ولكن كيف يمكن لنا ايجاد الرتبة المئينية لقيمة من قيم المجموعة . . ؟

لقد تعلمنا كيفية الحصول على القيمة التي تقابل مئينا معينا ، ولكن كيف يمكن لنا معرفة درجة حصل عليها فرد أن نحدد مركزها وسط المجموعة التي ينتمي إليها هذا الفرد..؟ لنفرض أن هناك طالبا قد حصل على درجة ٥٨ في امتحان اللغة الانجليزية السابق الاشارة إليه فنلاحظ أن الدرجة ٥٨ تقع في الفئة (٥٥ ـ) وأن هناك (٩٤) فرداً درجاتهم أقل من الحد الأدنى للفئة ، كذلك فإن تكرار الفئة (٥٥ ـ) هو (٢٠) لذلك فإن عدد أفراد الفئة (٥٥ ـ) التي تقل درجاتهم عن ٥٨ هو $\frac{٥٨ - ٥٥}{٥} \times ٢٠ = \frac{٣}{٥} \times ٢٠ = ١٢$

أما عدد جميع القيم التي تقل عن ٥٨ في المجموعة = ٩٤ + ١٢ = ١٠٦ . ولما كان عدد أفراد العينة = ١٦٤ فإن المئين المقابل للدرجة (٥٨) هو $\frac{١٠٦}{١٦٤} \times ١٠٠ = ١٠٠ = ٦٤,٦٣$.

وعلى هذا فإن خطوات ايجاد الرتبة المئينية التي تقابل احدى القيم في أي المجموعات هي : ـ

ـ عدد الفئة التي يقع فيها والحد الأدنى لهذه الفئة .

ـ احسب التكرار المتجمع (الصاعد أو النازل) قبل هذه الفئة .

ـ احسب عدد أفراد الفئة التي تقل عن القيمة تبعاً للمعادلة الآتية :

$$\frac{\text{القيمة ـ الحد الأدنى للفئة}}{\text{مدى الفئة}} \times \text{تكرار الفئة}$$

ـ اجمع التكرار المتجمع (الصاعد أو النازل) قبل الفئة + عدد قيم الفئة التي تقل عن القيمة فينتج عدد جميع قيم المجموعة التي تقل عن القيمة المعطاه .

ـ تحسب الرتبة المئينية المطلوبة بالمعادلة التالية:

$$\frac{\text{عدد القيم التي تقل عن القيمة المعطاة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ١٠٠$$

مثال (١)

الجدول التكراري التالي يصور درجات مجموعة مكونة من ٢٠٠ طالب في مقياس سوسيومتري لتحديد الأفراد الذين يتمتعون في جماعتهم بسمات القائد وسمات الفرد المحبوب وسمات الفرد المنبوذ

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٢	٣٠	٣٠
٤	٥٠	٨٠
٦	٤٠	١٢٠
٨	٥٠	١٧٠
١٠	٣٠	٢٠٠
	٢٠٠	

والمطلوب ايجاد المئين ٦٠ ، ٨٠ ثم ايجاد الرتبة المئينية .

مثال (٢)

ارجع الى صفحة ٥٦ مذكرة السنة الثانية لايجاد المئين ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٧٥ ، ٨٠ لمثال وزنُ (٤٠) طالبا

مثال (٣)

أعطى لك الجدول التكراري التالي الذي يصور توزيع احدى القدرات الابداعية : ـ

ف	ك
٢٠	٢
١٨	٥
١٦	١٥
١٤	١٣
١٢	٨
١٠	٧

والمطلوب

أولاً : حساب قيمة المئين الـ (٢٠) والـ (٥٠) والـ (٤٠) .

ثانياً : حساب الدرجات المعيارية المقابلة للقيم ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٧ ، ٢٠

الفصل الخامس

معاملات الارتباط

Coefficient of correlations

يستخدم معامل الارتباط في علم النفس لأغراض متعددة كثيرة منها الكشف عن مدى التشابه أو الاختلاف بين القدرات وبعضها وبين السمات وبعضها البعض .

على أن الارتباط بين ظاهرتين أو بين متغيرين أو بين سمتين أو قدرتين لا يعني أن أحدهما علة للآخر أو سببا له ، بل قد يكونا هما الاثنان علة لمتغير آخر او متغيرات أخرى . فالارتباط لا يعني العلية . فقد ترتبط ظاهرتين أو متغيرين لأسباب عرضية أو لأسباب لا ترجع لأي من الظاهرتين أو أن أحد المتغيرين سبباً لآخر أو شرط له، على أنه قد يكون الشرط الوحيد له .

ومعامل الارتباط إنما هو مقياس احصائي يبين مستوى العلاقة وحجمها ، بين ظاهرتين يتغيران معا . أو هو مقياس يبين التغير الاقتراني بين ظاهرتين . وهو معامل يتراوح بين ± (٠,١) : أي أن معامل الارتباط قد يكون موجبا وقد يكون سالبا وقد يكون واحدا صحيحا أو كسر من (١) صحيح .

وعندما يكون معامل الارتباط يساوي (١) صحيح وموجب فهذا يعني أن التغير في أحد الظاهرتين أو المتغيرين يصاحبه تغير في الظاهرة الأخرى أو المتغير الآخر، وان هذا التغير تغير تام أو مطلق فقطعة الثلج ينقص حجمها بزيادة درجة الحرارة، وهنا يكون الاقتران سلبيا وقضيب الحديد يزداد طوله

بزيادة درجة الحرارة.. وهنا يكون الاقتران ايجابيا. كذلك العلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها. وأيضا فانه كلما زاد الضغط قل الحجم والعكس صحيح وهذا يعني أن هناك علاقة طردية موجبة تامة أيضا - في حدود معينة -. ويكون معامل الارتباط كسر من واحد صحيح وهذا يتأتى عندما يصاحب التغير في أحد المتغيرين تغيرا جزئيا في المتغير الآخر، وأن هذا التغير يحدث غالبا، كأن يكون هناك معامل ارتباط موجب وجزئي (٠,٨٠، ٠,٧٠، ٠,٩٥) بين التحصيل الدراسي والذكاء. ويكون معامل الارتباط كسر واحد صحيح ولكنه منخفض ذلك أن التغير في أحد المتغيرين يصاحبه تغير في المتغير الآخر أحيانا، كأن يكون هناك معامل ارتباط يساوي (٠,٣٠) أو (٠,٢٥) بين التحصيل الدراسي والاستقامة وهذا يعني أن في (٠,٣٠) أو ٢٥٪) من الحالات يكون المتفوق دراسيا شخص مستقيم في سلوكه وأخلاقه..

وقد يكون معامل الارتباط يساوي (صفر) وهذا يعني عدم وجود أي علاقة بين التغير الذي يحدث بين متغير ومتغير آخر. كالعلاقة بين حجم الجسم والصلع.

كذلك فمن الممكن أن يكون معامل الارتباط جزئي وسلبي، كأن يكون مصادفة، كارتفاع أسعار البترول في البلاد العربية صاحبه حدوث زلزال مدمر في اليابان.. كذلك فان هناك طالبا متخلفا دراسيا وليس له أي نشاط اجتماعي هنا ليس لأي منهما تأثير على الآخر فالسبب انما يرجع للمرض وهو متغير آخر..

والعلاقة في مجال العلوم الانسانية بين متغيرين لا تكون مطلقة أبدا أي لا يعبر عنها ب + ١ انما تكون العلاقة دائما كسر من واحد صحيح ذلك أننا في العلوم الانسانية ندرس الانسان وسلوكه والانسان متغير وغير ثابت على

حال كذلك فان هناك متغيرات كثيرة تغير حالته النفسية من حالة الى حالة أخرى . لذلك تأتي العلاقة جزئية موجبة أو جزئية سالبة . والعلاقات بين المتغيرات قد تكون :

- تامة موجبة .
- تامة سالبة .
- جزئية موجبة .
- جزئية سالبة .
- لا توجد علاقة اطلاقا أي أن معامل الارتباط يساوي (صفر) .

ومعاملات الارتباط التي سوف ندرسها :

- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .
- معامل ارتباط بيرسون من القيم الخام .
- معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحراف .
- معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار .
- معامل التوافق
- معامل فاي
- معامل الارتباط الثنائي .

معامل ارتباط الرتب

قد نرغب في ترتيب مجموعة أفراد فصل دراسي في سمة القيادة أو « النبذ » ذلك باستخدام مقياس كمي للارتباط بين هاتين السمتين . ولقد وضع سبيرمان قانونا يمكن به تحقيق هذا الهدف وهو على النحو التالي :

$$(= ١ - \frac{\text{٦ م ج ف}^{٢}}{\text{ن } (\text{ن}^{٢} - ١)} .)$$

فلنفرض أن لدينا مجموعة مكونة من عشرة أفراد ونريد أن نحدد سمة « القيادة » وسمة « النبذ » لهذه المجموعة في هاتين السمتين عن طريق تطبيق مقياس سوسيومتري . ولقد طبق المقياس بالفعل وكانت الدرجات التي حصل عليها أفراد هذه العينة على النحو التالي :

أفراد العينة	سمة القيادة	سمة النبذ	رتبة سمة القيادة	رتبه سمة النبذ	الفرق	مربع
١	٣	٧	٧,٥	٤,٠	٣,٥ -	١٢,٣
٢	٥	٥	٥	٦,٠	١,٠ -	١,٠
٣	٧	٤	٣	٧,٥	٤,٥ -	٢٠,٣
٤	٨	٨	٢	٣,٠	١,٠ -	١,٠
٥	٩	٩	١	٢,٠	١,٠ -	١,٠
٦	٤	١٠	٦	١,٠	٥,٠ -	٢٥,٠
٧	٣	٦	٧,٥	٥,٠	٢,٥ -	٦,٣
٨	٢	٤	٩,٥	٧,٥	١,٥ -	٢,٣
٩	١	٣	١٠,٠	٩,٠	١,٠ -	١,٠
١٠	٦	١	٤,٠	١٠,٠	٦ -	٣٦,٠
						١٠٦,٢

نلاحظ أن هناك قيمة تكررت في سمة القيادة وقيمة أخرى تكررت في سمة النبذ وهذا يتطلب منا أن نعطي ترتيبا متوسطا لكل من هاتين القيمتين . فالقيمة (٣) تكررت مرتين في سمة القيادة وعلى هذا فاننا نعطيها رتبة متوسطة بين (٨,٧) فيصبح الترتيب (٧,٥) وتعطى القيمة التالية لها الرتبة (٩) . وهذا نفسه نقوم به بالنسبة للقيمة (٤) التي تكررت مرتين في سمة النبذ .

واذا كانت هناك رتب تكررت ثلاث مرات مثلا فان كل منها تحصل على ترتيب متوسط أيضا .

ولما كان قانون سبيرمان يعني أن:

ر = معامل الارتباط

ف = الفروق بين الرتب

م ج = مجموع

ف٢ = مجموع مربعات الفروق

فبالتعويض عن هذا القانون

$$ر = \frac{٦ \times ١٦٠,٢}{١٠ \times ٩٩} = \frac{٦٣٧,٢}{٩٩٠} \quad ٠,٦٤٣$$

مثال آخر:

هناك فردان أ ، ب يقومان بالحكم على فرد آخر في سمة القيادة ونرغب نحن في معرفة ما اذا كان هناك اتفاقا في الحكم بين هذين الفردين على هذه السمة موضع الحكم أم لا .. لذلك فقد أعطى لهذين الفردين مقياسا للمكانة السوسيومترية مؤلف من ١٢ موقفا فاذا كان الفرد يتمتع بسمة القيادة حصل على ٣ درجات اما اذا كان لا يتمتع بهذه السمة حصل على درجة واحدة وكانت درجات الفرد في ضوء هذه المواقف كما يلي:

أرقام المواقف	الحكم (أ)	الحكم (ب)
١	٣	٣
٢	١	١
٣	٣	٣
٤	١	١

أرقام المواقف	الحكم (أ)	الحكم (ب)
٥	١	٣
٦	٣	٣
٧	١	١
٩	٣	١
	١	٣
١٠	٣	١
١١	٣	١
١٢	١	٣

والمطلوب حساب معامل الارتباط بين هذين الحكمين للتأكد من الاتفاق في الحكم من عدمه .

طبق اختبار للتحصيل الدراسي على عينة مكونة من (٣٠) تلميذاً مرتين بهدف الحصول على معامل ثبات لهذا الاختبار باستخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان . . وكانت الدرجات كما يعرضها الجدول التالي :

الرقم	التطبيق الأول	التطبيق الثاني	الرقم	التطبيق الأول	التطبيق الثاني
١	٦٦	٦٧	١٦	٦٧	٦٧
٢	٧٠	٦٧	١٧	٧٣	٦٦
٣	٧٠	٦٧	١٨	٦٧	٦٧
٤	٦٦	٦٩	١٩	٦٧	٧٠
٥	٦٧	٥٨	٢٠	٦٧	٦٧

الرقم	التطبيق الأول	التطبيق الثانى	الرقم	التطبيق الأول	التطبيق الثانى
٦	٦٧	٦٧	٢١	٦٧	٦٧
٧	٦٧	٦٩	٢٢	١٩	١٧
٨	٥٢	٤٩	٢٣	٦٧	٧٣
٩	٦٧	٦٧	٢٤	٦٧	٦٧
١٠	٦٩	٦٨	٢٥	٦٧	٦٧
١١	٦٧	٦٧	٢٦	٦٧	٦٧
١٢	٦٧	٦٧	٢٧	٦٧	٦٧
١٣	٦٤	٦٩	٢٨	٧٨	٧٣
١٤	٦٧	٦٧	٣٠	٧٠	٧٦

ثم أعيد تطبيق هذا الاختبار مرة ثالثة على نفس مجموعة التلاميذ والمطلوب حساب معامل الثبات لهذا الاختبار ، ذلك باستخراج معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين التطبيق الأول والثالث والجدول التالي يبين درجات أفراد هذه المجموعة في التطبيق الثالث:

رقم	التطبيق الثالث	رقم	التطبيق الثالث
١	٦٧	١٦	٦٧
٢	٦٧	١٧	٧١
٣	٦٧	١٨	٦٧
٤	٧٥	١٩	٦٩
٥	٥٩	٢٠	٦٧
٦	٦٧	٢١	٦٧
٧	٧٨	٢٢	صفر
٨	٥٢	٢٣	٧٣
٩	٦٧	٢٤	٦٧
١٠	٦٧	٢٥	٦٧
١١	٦٥	٢٦	٦٧
١٢	٦٨	٢٧	٦٧
١٣	٧١	٢٨	٧٣
١٤	٧٢	٢٠	٧٢
١٥	٦٧	٣٠	٦٩

لاحظ أحد الباحثين أن الأسر كبيرة العدد يكون عائلها قليل الانتاج في مضمار العمل ذلك أن كثرة مشاكله الأسرية تمنعه من التفرغ لعمله والاهتمام به ورفع معدلات انتاجه.. فأردنا أن نخضع هذه الملاحظة للتجريب فاخترنا (١٥) أسرة كبيرة العدد وحصرنا معدلات انتاج عائلها في مجال العمل فتجمع لدينا الجدول التالي، والمطلوب منا حساب معامل الارتباط بطريقة سبيرمان للتأكد من صحة هذه الملاحظة أو عدم صحتها.

الاسرة	حجم عدد أفرادها	معدلات انتاج رب الأسرة
١	٥	١٨
٢	٧	١٧
٣	٦	١٦
٤	٨	١٤
٥	٨	٢٣
٦	٤	٢٨
٧	٦	١٥
٨	٩	٢٠
٩	١٠	٢٤
١٠	٦	٢٦
١١	١٠	٢٨
١٢	٨	٣٠
١٣	٥	٢٧
١٤	٤	٢٤
١٥	٨	١٨

معامل ارتباط بيرسون

Product-moment Correlation

كلمة moment تفيد انحراف القيم عن المتوسط مرفوعة لاية قوة وتقوم التسمية على أساس أن المقدار الهام فيهذه الطريقة هو حاصل ضرب انحراف من القيمتين المتقابلتين في المتغيرين عن متوسطهما .

ولقد لاحظنا ان معامل ارتباط الرتب يقومعلى حساب الرتب لا القيم ذاتها وأن زيادة القيمة أو نقصانها لا يغير من وضعها بالنسبة للمجموعة ، بينما الأمر يختلف في معامل ارتباط بيرسون من القيم ذلك أن هذا المعامل يتأثر بأدنى تغير في قيمة لذلك فاننا نقول أن حساب معامل الارتباط عن طريق استخدام معامل ارتباط بيرسون من القيم يكون أكثر دقة مما لو استخدمنا معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

ونعرض فيما يلي لدرجات مجموعة مكونة من (٥) أفراد في مقياسين أحدهما للانطوان الانبسط (س) والاخر للتصابيه (ص) والمطلوب حساب معامل الارتباط بين هذين المتغيرين باستخدام معامل ارتباط بيرسون من القيم الخام مباشرة . .

الأفراد	قيم س	قيم ص	س × ص	س٢	ص٢
١	٣	٧	٢١	٩	٤٩
٢	٢	٥	١٠	٤	٢٥
٣	٧	١٠	٧٠	٤٩	١٠٠
٤	٥	٦	٣٠	٢٥	٣٦
٥	٨	١٢	٩٦	٦٤	١٤٤
ن = ٥	٢٥	٤٠	٢٢٧	١٥١	٣٥٤

$$\text{ر} = \frac{[\text{ن مج س ص} - \text{مج س مج ص}]}{\sqrt{\left[\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2\right]\left[\text{ن مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2\right]}}$$

$$\text{ر} = \frac{5 \times 227 - 25 \times 40}{\sqrt{\left[5 \times 151 - (25)^2\right]\left[5 \times 354 - (40)^2\right]}}$$

$$\text{ر} = \frac{1135 - 1000}{\sqrt{(755 - 625)(1770 - 1600)}}$$

$$\text{ر} = \frac{135}{\sqrt{130 \times 170}} \qquad \text{ر} = \frac{135}{\sqrt{22100}} \qquad \text{ر} = \frac{135}{\sqrt{148,66}}$$

$$\text{ر} = 0,91$$

والخطوات التي اتبعت تتلخص في:

- الحصول على مجـ س، مجـ ص وهي القيم الخام نفسها.
- ضرب كل قيمة من قيم المتغير (س) في مقابلها من قيم المتغير (ص) ثم الحصول على مجـ س ص.
- تربيع قيم (س)، وكذلك تربيع قيم (ص) ثم الحصول على مج س^2، مجـ ص^2.

معامل ارتباط بيرسون باستخدام المتوسط الحسابي

يقوم حساب معامل ارتباط بيرسون عن طريق المتوسطين[3] الحسابين لكلا المتغيرين المراد معرفة العلاقة بينهما بحساب انحراف كل قيمة من قيم كل متغير

عن متوسطها .. ثم تربيع هذه الانحرافات وضربها في بعضها بعد ذلك .

أي أننا نقوم بجمع قيم المتغير (س) ثم قسمة الناتج على مجموع أفراد العينة (ن) وبذلك نحصل على متوسط قيم هذا المتغير .

ـ ثم نجمع قيم المتغير (ص) ونقسمه على (ن) أي على مجموع أفراد العينة ونحصل من هذا على متوسط قيم المتغير (ص) .

ـ نحسب انحراف كل قيمة من قيم المتغير (س) عن متوسطها ، ذلك بطرح كل قيمة من قيم هذا المتغير من هذا المتوسط ونوضح ناتج هذه العملية في عمود (حَ س) .

ـ كذلك نحسب انحراف كل قيمة من قيم المتغير (ص) عن متوسطها ذلك بطرح كل قيمة من قيم هذا المتغير من هذا المتوسط ونوضح ناتج هذه العملية في عمود (حَ ص) .

ـ نربع كل انحراف موجود في العمود ح س كذلك العمود (حَ ص) فنحصل على العمود حَ س٢ والعمود حَ ص٢ ثم نجمع حَ س٢ ، حَ ص٢ فيكون لدينا مجـ حَ س٢ ، مجـ حَ ص٢ .

ـ وأخيرا نضرب الانحراف ح س في الانحراف ح ص لنحصل على العمود حَ س حَ ص . ثم تقوم بجمع قيم هذا العمود لنحصل على مج حَ س حَ ص .

أجرى باحث دراسة على مجموعة مكونة من (١٠) أفراد لمعرفة العلاقة بين مستوى قدرتهم على التحصيل (س) وذكائهم (ص) وكانت درجاتهم في هذين المتغيرين على النحو التالي :

ف	س	ص	ح َس	ح َس^٢	ح َص	ح َص^٢	ح َس × ح َص
١	٢٥	٥٠	٧,٥	٥٦,٢٥	١١,٥	١٣٢,٢٥	٨٦,٢٥
٢	١١	٦٠	١,٥	٢,٢٥	٢١,٥	٤٦٢,٢٥	٣٢,٢٥
٣	١٠	٣٨	٧,٥	٥٦,٢٥	٠,٥	٠,٢٥	٠٣,٧٥
٤	٣٣	٤٢	١٥,٥	٢٤٠,٢٥	٣,٥	١٢,٢٥	٥٤,٢٥
٥	٢٠	٤٥	٢,٥	٦,٢٥	٦,٥	٤٢,٢٥	١٦,٢٥
٦	١٥	٥٠	٢,٥	٦,٢٥	١١,٥	١٣٢,٢٥	٢٨,٧٥
٧	٠٥	٣٠	١٢,٥	١٥٦,٢٥	٨,٥	٧٢,٢٥	١٠٦,٢٥
٨	٢٣	٤٠	٥,٥	٣٠,٢٥	١,٥	٢,٢٥	٠٠٨,٢٥
٩	١٠	٢٠	٧,٥	٥٦,٢٥	١٨,٥	٣٤٢,٢٥	١٣٨,٧٥
١٠	١٥	١٠	٢,٥	٦,٢٥	٢٨,٥	٨١٢,٢٥	٧١,٢٥
	١٧٥	٣٨٥	مجـ + ٣٢,٥	مجـ ٦٦,٥	مجـ ± ٥٦	مجـ ٢٠١٠,٥٠	٥٤٦,٠٠
المتوسط	١٧,٥	٣٨,٥	٣٢,٥		— ٥٦		— ٢٨,٧٥
		صفر			صفر		٥١٧,٢٥
					ح َس × ح َص		

ويكون قانون الحصول على معامل ارتباط بيرسون باستخدام المتوسط الحسابي على النحو التالي:

$$ر = \frac{مجـ ح س ح ص}{\sqrt{مجـ ح س^٢ \times مجـ ح ص^٢}}$$

أي يكون معامل الارتباط في هذه المسألة: $ر = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}}$

معامل ارتباط بيرسون باستخدام المتوسط الفرضي

ولكن يلاحظ في الطريقة السابقة (طريقة استخدام المتوسط الحسابي الحقيقي) ان السهولة التي تتميز بها هذه الطريقة قد اضاعتها القيم غير الصحيحة للمتوسطات الحسابيان لذلك نحاول في طريقة أستخدام المتوسط الفرضي ان نتغلب على هذه المشكلة ففي المثال السابق كان المتوسط الحسابي الحقيقي للمتغير (س) (١٧,٥) فلكي نقضي على الكسر نختار الوسط الفرضي (١٨) للمتغير (س) ولما كان المتوسط الحقيقي للمتغير (ص) (٣٨,٥) فاننا نختار الوسط الفرضي (٣٩) للمتغير (ص). ونتبع نفس الخطوات السابقة بعد ذلك ثم نستخدم المعادلة التالية الحصول على معامل ارتباط بيرسون باستخدام المتوسط الفرضي.

$$ر = \frac{مج ح س ح ص - \frac{مج ح س \; مج ح ص}{ن}}{\sqrt{\left[مج ح س^٢ - \frac{(مج ح س)^٢}{ن}\right]\left[مج ح ص^٢ - \frac{(مج ح ص)^٢}{ن}\right]}}$$

ونعرض فيما يلي لجدول العمليات الحسابية للمثال السابق في ضوء المتوسط الفرضي ونلاحظ خلو القيم من الكسور.

ن	س	ص	حَ س	حَ س٢	حَ ص	ح ص٢	ح س × ح ص
١	٢٥	٥٠	٧	٠٤٩	١١	١٢١	٧٧
٢	١٩	٦٠	١	٠٠١	٢١	٤٤١	٢١
٣	١٠	٣٨	٨	٠٦٤	١	٠٠١	٨
٤	٣٣	٤٢	١٥	٢٢٥	٣	٩	٤٥
٥	٢٠	٤٥	٢	٠٠٤	٦	٣٦	١٢
٦	١٥	٥٠	٣	٠٠٩	١١	١٢١	٣٣
٧	٥	٣٠	١٣	١٦٩	٩	٨١	١١٧
٨	٢٣	٤٠	٥	٠٢٥	١	١	٠٠٥
٩	١٠	٢٠	٨	٠٦٤	١٩	٣٦١	١٥٢
١٠	١٥	١٠	٣	٠٠٩	٢٩	٨٤١	٨٧
ن =	١٧٥	٣٨٥	٣٥	٦١٩	+ ٥٣	٢٠١٣	٥٥٧
م =	١٨	٣٩	+ ٣٠		— ٥٨		— ٣٣
			— ٥		— ٥٨		+ ٥٢٤

معامل ارتباط بيرسون من جدول مزدوج

الجدول المزدوج احيانا ما يطلق عليه جدول الانتشار .. وجدول الانتشار او الجدول المزدوج هو عبارة عن جدولين تكراريين وضعا معا ليمثلا درجات متغيرين من المتغيرات المراد معرفة طبيعة العلاقة بينهما . على ان في الجدول المزدوج توضح علامة واحدة تعبر عن قيمتين بالنسبة للمتغيرين الاول والثاني . بينما في الجدول التكراري نضع علامة واحدة تعبر عن قيمة واحدة من قيم هذا الجدول ..

على اننا نستخدم طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات في حساب معامل الارتباط الا اذا كان عدد الافراد يزيد على (٤٠) فردا . وعندما يقل عدد الافراد عن هذا الحد فان القيمة العددية لهذا المعامل تتأثر الى الحد الذي يبعدها عن القيمة الحقيقية للارتباط ..

ونعرض للمثال السابق (صفحة) الخاص بالانطواء / الانبساط (س) والعصابية (ص) ونحاول تكوين الجدول المزدوج له والدرجات كانت :ـ

ن	س	ص
١	٣	٧
٢	٢	٥
٣	٧	١٠
٤	٥	
٤	٥	٦
٥	٨	١٢
	٣٥	٤٠

جدول ارتباط Correlation table

أ   جـ

س/ص	٤ ـ	٨ ـ	١٢ ـ	مج
٢ ـ	١١			٢
٥ ـ	١	١		٢
٨ ـ			١	١
مج	٣	١	١	٥

ب   د

يدل انتشار العلامات وهي تسير في الاتجاه أ ـ د على ان هناك علاقة موجبة

يدل جدول الارتباط السابق على العلاقة بين (س، ص) وقد تم تكوين

هذا الجدول على النحو التالي :ـ

١ ـ جعلنا فئات المتغير س في المربعات الرأسية .

٢ ـ وجعلنا فئات المتغير ص في المربعات الافقية .

٣ ـ فئات المتغيرين س ، ص بطريقة الجدول التكراري .

٤ ـ وضعت درجات المتغيرين بتفريغ كل درجتين متقابلتين معا فعلى سبيل المثال تم تفريغ القيمتين الخاصتين بالفرد (١) وهما ٣ ، ٧ معا . فالقيمة ٣ فرغت في الفئة ٢ ـ ، والقيمة ٧ فرغت في الفئة (٤ ـ) ذلك في المربع الذي يجمع بينهما . . .

وقد تم ذلك بالنسبة لكل القيم الخاصة بالمتغيرين (س ، ص)

مثال

الدرجات التالية هي درجات عينة مكونة من (٨) افراد في متغيرين (س، ص) والمطلوب حساب معامل الارتباط من جدول ارتباط مزدوج ذلك بتوضيح شكل هذا الارتباط . .

جدول ارتباط مزدوج Double frequency table

أ   جـ

س/ص	١٢ -	٢٧ -	٤٢ -	٥٧ -	مج
٢ -		١	//	/	٤
١٢ -		//			٢
٢٢ -					صفر
٣٢ -	//				٢
مج	٢	٣	٢	١	٨

ب   د

لقد تم تكوين جدول الارتباط المزدوج هذا بالطريقة السابقة في المثال السابق وتدل العلاقة هنا على انها سليمة ذلك ان الانتشار يسير في الاتجاه (جـ ـ ب) .

أمثلة

مثال (١)

طبق اختبار سوسيومتري على مجموعة من الطلاب عددهم (٣٨) طالباً وطالبة وكانت درجاتهم في الأبعاد الثلاثة للمقياس السوسيومتري كما يلي :

رقم الطالب	القبول	القيادة	النبذ
١	٢٣	١٤	٣
٢	٤	١	١١
٣	٢٠	٧	١٣
٤	٣	٢	صفر
٥	صفر	صفر	١
٦	صفر	صفر	٣
٧	٤٤	٥٠	٥
٨	٣	١	٢
٩	صفر	صفر	صفر
١٠	٥	صفر	١
١١	٢	١	١٦
١٢	٥	٢	٣
١٣	٣	٣	٦
١٤	١١	٤	٣
١٥	٦	صفر	٣
١٦	٤	٥	١٣
١٧	صفر	صفر	صفر
١٨	صفر	صفر	صفر
١٩	صفر	١	٥
٢٠	٣	٢	٣
٢١	٣	١	صفر
٢٢	٤	صفر	١٥
٢٣	٥	٢	٤

رقم الطالب	القبول	القيادة	النبذ
٢٤	صفر	صفر	صفر
٢٥	١٣	٣	١٢
٢٦	٣	١	٢
٢٧	٥	٢	٢
٢٨	١٥	٢٢	٧
٢٩	١٤	٤	٢
٣٠	١	صفر	صفر
٣١	١٣	٨	صفر
٣٢	٤	١	صفر
٣٣	٣	١	١
٣٤	٩	صفر	٥
٣٥	١٠	٣	٣٢
٣٦	٧	٤	٥
٣٧	٢	٢	١٥
٣٧	٢	٢	١٥
٣٨	٢	صفر	٥

المطلوب أولا :

حساب معاملات الارتباط بين القبول والقيادة وبين القبول والنبذ وبين القيادة والنبذ ، ذلك باستخدام طريقة بيرسون من القيم الخام المباشرة .

ثانيا :

حساب معاملات الارتباط بين القبول والقيادة وبين القبول والنبذ ، وبين القيادة والنبذ ، ذلك باستخدام الجدول المزدوج .

ثالثا :

حساب معاملات الارتباط بين ابعاد القبول والقيادة ، وبين القبول والنبذ ، وبين القيادة والنبذ ذلك باستخدام طريق المتوسط الفرضي ، ثم بطريقة المتوسط الحقيقي .

مثال (٢)

من الجدول التالي استخرج المئينات الـ :

٢٥ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٧٥ ، ٨٠ ، ٩٩

٢٠	١٥
٢٥	١٠
٣٠	١٦
٣٥	١٣
٤٠	١٤
٤٥	١٦
٥٠	١٢
٥٥	١٢
٦٠	١٢
	١٢٠

مثال (٣) :

١٦	١٨	٢٠	٢٥	٣٠
٥٠	٦٠	٦٠	٦٥	٧٠
١٦	١٠	١٥	١٣	١٢
١٥	٣٠	٤٠	٦٥	٧٠
٢٥	٢٦	٢٨	٣٠	١٥
٧٠	٦٠	٦٤	٦٥	٦٧
٧٩	٦٩	٨٠	٧٠	٦٨
٨٠	١٥	١٦	٢٠	٢٥
٢٢	٢٤	١٧	١٩	٢٧
٤٣	٢٢	٢٣	٣٦	٣٧

الدرجات السابقة هي درجات مجموعة من الطلاب عددهم (٥٠) طالبا ، المطلوب المئينات الـ ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٥ ، ٤٠ .

مثال (٤) :

احسب الدرجات المعيارية لطالب قام باجراء عدد من الاختبارات المنتسبة علما بأن درجاته الخام ومتوسطها الحسابي في هذه الاختبارات كانت على النحو التالي :ـ

الاختبار	الدرجة الخام	المتوسط الحسابي
١	٢٤	٢٠
٢	١٨	٢٥
٣	١٦	١٤
٤	٣٥	١٦
٥	١٨	١٦
٦	٢٦	٢٠
٧	٣٧	٢٥
٨	٣٨	٣٠
٩	٥٠	٤٠
١٠	١٨	١٦
١١	٣٤	٢٧
١٢	١٣	٣٧

مثال (٥) :

طبقت أربعة اختبارات عن مجموعة مكونة من ١٥ فرد وكانت درجاتهم على النحو التالي :

	اختبار (١)	اختبار (٢)	اختبار (٣)	اختبار (٤)
١	١٨	١٧	٢٠	١٨
٢	٢٠	١٨	١٥	٢٧
٣	٣٥	١٩	٣٥	٢٤
٤	٣٠	٢٤	٣٤	٢٣
٥	١٦	٣٥	١٦	١٦
٦	٢٤	٣٠	١٨	١٨
٧	٣٠	٢٥	٢٧	١٩
٨	١٦	١٦	٣٤	٢٠
٩	١٧	٢٣	٢٦	٢٥
١٠	١٨	٣٤	٢٥	٢٦
١١	٢٥	٢٦	٢٤	٣٠
١٢	٣٠	٣٥	٢٣	١٧
١٣	٣٢	١٨	١٧	١٩
١٤	٢٨	١٦	١٨	٢٠
١٥	٢٧	١٤	١٦	٢٢

والمطلوب حساب معاملات الارتباط بين هذه الاختبارات الاربعة ذلك باستخدام معامل ارتباط بيرسون من القيم الخام ووضعها في مصفوفة ارتباطية .

معامل التوافق

Contingency Coefficient

يستخدم معامل التوافق في الحالات التي يكون فيها المتغيران منقسمان الى أصناف أو صفات متميزة أو يختلفان معا اختلافا نوعيا ، أو اختلافا كميا متصلا ولا يشترط ان يكون المتغيران موزعان توزيعات متصل .

والمثال التالي يوضح هذا الامر . علما بأن قانون معامل التوافق هو :-

$$\text{ق} = \sqrt{١ - \frac{١}{\text{مج}}}$$

التحصيل الدراسي / المهارسة الرياضية	راسب	ناجح	المجموع
رياضي	١٤	١٥	٢٩
غير رياضي	٩	٢٠	٢٩
المجموع	٢٣	٣٥	٥٨

رياضي $\frac{١}{٢٩}\left[\frac{(١٤)^٢}{٢٣} + \frac{(١٥)^٢}{٣٥}\right] = \frac{١}{٢٩}\left[\frac{١٩٦}{٢٣} + \frac{٢٢٥}{٣٥}\right]$

غير رياضي $\frac{١}{٢٩}\left[\frac{(٩)^٢}{٢٣} + \frac{(٢٠)^٢}{٣٥}\right] = \frac{١}{٢٩}\left[\frac{٨١}{٢٣} + \frac{٤٠٠}{٣٥}\right]$

رياضي $\frac{١}{٢٩}\left[٨,٥٢ + ٦,٤٣\right] = \times \frac{١}{٢٩} \times ١٤,٩٥ = ٠,٣٤٥$

$$\times \ 14{,}95 = 0{,}0515775$$

غير رياضي $\frac{1}{29}[3{,}52 + 11{,}43] = \frac{1}{29} \times 14{,}95 = 0{,}0345 \times$

$$14{,}95 = 0{,}0515775$$

مج $= 0{,}0515775 + 0{,}0515775 = 1{,}0315500$

ق $= \sqrt{1 - \frac{1}{1{,}031550}} = \sqrt{1 - 0{,}969} = \sqrt{0{,}032}$

$=$ ٠,١٧٦ وبقسمة هذا على ٠,٧٠٧

ق $= \frac{0{,}176}{0{,}707} = 0{,}249$

ومن الجدول التالي احسب معامل التوافق علما بأن الرقم الذي يعطيه لنا كندال $= 0{,}707$

الحوادث / المكانة السوسيومترية	مستهدف	غير مستهدف	المجموع
المقبولين	٣	١٣	١٦
المنبوذين	١١	٧	١٨
المجموع	١٤	٢٠	٣٤

معامل فاي

Phi Coefficient

معامل فاي Phi يمكن اعتباره حالة خاصة لمعامل التوافق، ذلك أنه يستخدم في الحالات التي يكون فيها المتغيران اللذان نريد معرفة طبيعة العلاقة بينهما فنقسم كل منهما الى قسمين كل له نوعية خاصة متميزة. فقد نريد ايجاد العلاقة بين مجموعة من الطلاب أجابوا على سؤال في أحد الاختبارات بنعم أو لا ومجموعة اخرى اجابوا على سؤال آخر في نفس الاختبار بنعم او لا أيضا كذلك لو كان لدينا مجموعة من الطلاب قسمت الى قسمين احداهما تعرضت للضغط الانفعالي قبل الامتحان والقسم الآخر لم يتعرض لهذا. والمطلوب معرفة أثر الضغط الانفعالي على النجاح والرسوب.

الضغط الانفعالي / نتيجة الامتحان	تعرضوا	لم يتعرضوا	المجموع	النسبة
رسبوا	٣٥	٤٥	٨٠	٠,٤٧
نجحوا	٦٥	٢٥	٩٠	٠,٥٣
المجموع	١٠٠	٧٠	١٧٠	١,٠٠
النسبة	٠,٥٩	٠,٤١	١,٠٠	

ولكي نستخدم معامل Phi ينبغي ان نحول التكرارات التي بداخل هذا الجدول الى نسب مئوية في ضوء المجموع الكلي.. ذلك بحساب نسبة كل طلبة

وذلك بقسمة تكرارها على المجموع الكلي.

فالتكرار ٣٥ يقسم على المجموع الكلي ١٧٠ = ٠,٢١ (أ)

والتكرار ٤٥ يقسم على المجموع الكلي ١٧٠ = ٠,٢٦ (ب)

والتكرار ٦٥ يقسم على المجموع الكلي ١٧٠ = ٠,٣٨ (جـ)

والتكرار ٢٥ يقسم على المجموع الكلي ١٧٠ = ٠,١٥ (د)

نسبة الذين رسبوا ٠,٤٧ (هـ)

نسبة الذين نجحوا ٠,٥٣ (ي)

ونسبة من تعرضوا للضغط الانفعالي الراسبين والناجحين = ٥٩ (هَـ)

ونسبة من لم يتعرضوا من الراسبين والناجحين = ٠,٤١ (يَ)

الضغط الانفعالي / نتيجة الامتحان	تعرضوا	لم يتعرضوا	النسبة
رسبوا	٠,٢١ (أ)	٠,٢٦ (ب)	٠,٤٧ (هـ)
نجحوا	٠,٣٨ (جـ)	٠,١٥ (د)	٠,٥٣ (ي)
النسبة	٠,٥٩ (هـ)	٠,٤١ (ي)	١,٠٠

وقانون Phi على النحو التالي:

$$\phi = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\sqrt{\text{هـ ى هَـ ىَ}}}$$

$$\phi = \frac{٠,٢١ \times ٠,١٥ - ٠,٢٦ \times ٠,٣٨}{\sqrt{٠,٤٧ \times ٠,٥٣ \times ٠,٥٩ \times ٠,٤١}}$$

$$\phi = \frac{٠,٠٣١٥ - ٠,٠٩٨٨}{\sqrt{٠,٢٤٩١ \quad ٠,٢٤١٩}}$$

$$\phi = \frac{- ٠,٠٦٧٣}{\sqrt{٠,٠٦٠٢٥٧٢٩}} = \frac{- ٠,٠٦٧٣}{٠,٢٤٥٤٦}$$

لو أردنا معرفة العلاقة بين من أجابوا بنعم ولا على السؤال الأول في امتحان لمادة اللغة الفرنسية ومن أجابوا بنعم ولا على السؤال الثاني في نفس الامتحان وكانت نتائج التكرارات على هذين السؤالين على النحو التالي:

السؤال الاول / السؤال الثاني	نعم	لا	المجموع	النسبة
نعم	١٠	٥	١٥	٠,٥٠
لا	٥	١٠	١٥	٠,٥٠
مجـ	١٥	١٥	٣٠	١,٠٠
النسبة	٠,٥٠	٠,٠	١,٠٠	

(أ) ١٠ ÷ ٣٠

ب ٥ ÷ ٣٠

جـ ٥ ÷ ٣٠

د ١٠ ÷ ٣٠

هـ

ي

هـ

ي

السؤال الأول / السؤال الثاني	نعم	لا	النسبة
نعم	٠,٣٣ أ	٠,١٧ ب	٠,٥٠ هـ
لا	٠,١٧ جـ	٠,٣٣ د	٠,٥٠ ي
النسبة	٠,٥٠ هَ	٠,٥٠ يَ	١,٠٠

$$\frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\sqrt{\text{هـ ي هَ يَ}}}$$

$$\frac{(\text{٠,٣٣} \times \text{٠,٣٣}) - (\text{٠,١٧} \times \text{٠,١٧})}{\sqrt{\text{٠,٥٠} \times \text{٠,٥٠} \times \text{٠,٥٠} \times \text{٠,٥٠}}}$$

$$\frac{\text{٠,١٠٨٩} - \text{٠,٠٢٨٩}}{\sqrt{\text{٠,٠٦٢٥٠٠٠٠}}}$$

$$\frac{\text{٠,٨٠٠}}{\sqrt{\text{٠,٠٦٢٥٠٠}}}$$

$$\frac{\text{٠,٨٠٠}}{\sqrt{\text{٠,٢٥٠٠}}} = \text{٠,٣٢}$$

معامل الارتباط الثنائي
Bi Serial Correlation

قد يصادف الباحث حالات يكون فيها أحد المتغيرين مصنف الى فئات عددية بينما يتعذر تصنيف المتغير الآخر، بل ويكون هذا المتغير الآخر مقسم الى قسمين أو وحدتين أو صفتين كتوافق أو عدم توافق. انطوا / انبساط اجتماعي / غير اجتماعي متغيب / حاضر.. لذلك فنحن هنا نستخدم معامل الارتباط الثاني لنحل هذه المشكلة.

فالجدول التالي يبين عدد الافراد الذين وقعت عليهم جزاءات ومن لم توقع عليهم الجزاءات والعلاوات التي حصل عليها كل منهم:

العلاوة الجزاءات / أفراد وقعت	١ -	٢ -	٣ -	٤ -	٥ -	المجموع
عليهم جزاءات	٦٦	١٢	٢٢	١٨	٥	٩
أفراد لم توقع عليهم جزاءات	٥٤	٢٣	٢٤	٦	صفر	١
المجموع	١٢٠	٣٥	٤٦	٢٤	٥	١٠

والمطلوب حساب معامل الارتباط الثنائي للتأكد من وجود علاقة بين متغيري الجزاءات والعلاوات.

المتغير الأول:

ف	ك	ح	ك ح
١	٩	- ٢	- ١٨
٢	٥	- ١	- ٥
[٣]	١٨	صفر	صفر
٤	٢٢	١	٢٢
٥	١٢	٢	٢٤
	٦٦		- ٢٣
			+ ٤٦
			٢٣

$$٣,٥ + \frac{٢٣}{٦٦} \times ١ = ٣,٥ + ٠,٣٤٨ \times ١$$

م = ٣,٨٤٨

المتغير الثاني:

ف	ك	ح	ك ح
١	١	- ٢	- ٢
٢	صفر	- ١	صفر
[٣]	٦	صفر	صفر
٤	٢٤	١	٢٤
٥	٢٣	٢	٤٦
	٥٤		٧٠
			— ٢
			٦٨

$$م = ٣,٥ + \frac{٦٨}{٥٤} \times ١ = ٣,٥ + ١,٢٥٩ \times ١$$

= ٤,٧٥٩

الانحراف المعياري (ع) للمجموعة الكلية:

ف	ك	ح	ك ح	ك حح
١	١٠	٢ −	٢٠ −	٤٠
٢	٥	١ −	٥ −	٥
٣	٢٤	صفر	صفر	صفر
٤	٤٦	١	٤٦	٤٦
٥	٣٥	٢	٧٠	١٤٠
	١٢٠		٢٥ −	٢٣١
			١١٦	
			٩١	

$$ع = \sqrt{\frac{٢٣١}{١٢٠} - \left(\frac{٩١}{١٢٠}\right)^{٢}}$$

$$ع = \sqrt{١,٩٢٥ - (٠,٧٥٨)^{٢}}$$

$$ع = \sqrt{١,٩٢٥ - ٠,٥٧٥}$$

$$ع = \sqrt{١,٣٥٠} \qquad ع = ١,١٦١٩$$

$$\text{نسبة المتغير الأول} = \frac{٦٦}{١٢٠} = ٠,٥٥$$

$$\text{نسبة المتغير الثاني} = \frac{٥٤}{١٢٠} = ٠,٤٥$$

$$ص = ٠,٣٩$$

$$رث = \frac{م أ - أ ب}{ع} \times \frac{أ \times ب}{ص}$$

$$\frac{\text{متوسط المتغير الأول - متوسط المتغير الثاني}}{\text{الإنحراف المعياري للمجموعة الكلية}} \times$$

$$\frac{\text{نسبة المتغير الأول} \times \text{نسبة المتغير الثاني}}{\text{الارتفاع عند نقطة التقسيم}}$$

إذا ر ث $= \frac{٣,٨٤٨ - ٤,٧٥٩}{١,١٦١٩} \times \frac{٠,٥٥ \times ٠,٤٥}{٠,٣٩}$

معامل الارتباط الثنائي $= \frac{-٠,٩١١}{١,١٦١٩} \times \frac{٠,٢٤٧٥}{٠,٣٩} =$

ر ث $= \frac{-٠,٩١١}{١,١٦١٩} \times ٠,٦٣٥ = -٠,٧٨٤ \times ٠,٦٣٥ =$

$-٠,٤٩٨$

ولقد تمكن دنلاب Dunlap من تعديل القانون السابق ووضعه في الصورة التالية:

$$\frac{\text{م أ} - \text{م}}{\text{ع}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ص}}$$

فمتوسط المتغير الأول (م أ) $= ٣,٨٤٨$

أما متوسط المجموعة الكلية (م) $=$

$٣,٥ + \frac{٩١}{١٢٠} \times ١ = ٣,٥ + ٠,٧٥٨ \times ١ = ٣,٥ +$

$٠,٧٥٨ = ٤,٢٥٨$

فيكون ر ث $= \frac{٣,٨٤٨ - ٤,٢٥٨}{\text{[illegible]}} \times \frac{٠,٥٥}{\text{[illegible]}}$

$$ر\ ث = \frac{-\ ٠,٤١٠}{١,١٦١٩} \times ١,٤١٠$$

$$-\ ٠,٣٥٣ \times ١,٤١٠ = -\ ٠,٤٩٨$$

حصل الباحث على الأرقام التالية لمتغيري الترقية والجزاءات . والمطلوب حساب معامل الارتباط الثنائي بين المتغيرين .

الترقية / الجزاءات	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
وقعت عليهم جزاءات	١٢	٨	١٣	٢٤	٩	٦٦
لم توقع عليهم جزاءات	٢	٤	٥	٢٦	١٧	٥٤
المجموع	١٤	١٢	١٨	٥٠	٢٦	١٢٠

طبق مقياس للحكم على صلاحية مجموعة من الافراد للعمل ، وفي الوقت نفسه استخدم محكا خارجيا للحكم على هذه الصلاحية . والمطلوب حساب معامل صدق هذا المقياس ذلك باستخدام معامل الارتباط الثنائي ، ويمكن من الجدول التالي الوصول الى هذا :

مقياس الجزاءات / المحك الخارجي	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
لم توقع عليهم جزاءات	٩	٢٨	١٥	٢	—	٥٤
وقعت عليهم بجزاءات	٨	٢٢	٣٠	٦	—	٦٦
المجموع	١٧	٥٠	٤٥	٨	—	١٢٠

الفصل السادس
حساب دلالة معاملات الارتباط

بعد أن درسنا كيفية الحصول على معامل الارتباط بين متغيرين . . فان معامل الارتباط لا تكون له قيمة ، الا اذا كان دالا Singnificant والدلالة تعني ان هناك علاقة حقيقية بين هذين المتغيرين اللذين ندرس حقيقة العلاقة بينهما . ونحن نستطيع ان نحسب دلالة معاملات الارتباط التي نصل اليها بالطريقة التالية :

١ ـ تحديد عدد أفراد العينة التي نريد حساب العلاقة او الارتباط بين متغيرين قيسا فيها ، وعدد الافراد هذا نرمز له بالرمز « ن » .

٢ ـ حساب درجة الحرية Degree of freedom ذلك بطرح عدد ٢ من قيمة « ن » . اي أن ن — ٢ = درجة الحرية .

٣ ـ نأخذ درجة الحرية ونبحث امامها تحت النسبتين (٠,٠) ، (٠,٠١) فاذا كان معامل الارتباط (اي الرقم الذي حصلنا عليه) اقل من القيمة الموجودة تحت أي من هاتين النسبتين كل على حدة فانه في هذه الحالة لا يكون دالا أي لا يدل على علاقة حقيقية بين المتغيرين اللذين نبحث عن حقيقة العلاقة بينهما . أما اذا كان الرقم الذي حصلنا عليه أي معامل الارتباط مساوي او يزيد عن أي من القيمتين الموجودتين تحت النسبتين (٠,٠٥) ، (٠,٠١) فان هذا يعني ان معامل الارتباط دال احصائيا .

٤ ـ اذا كان معامل الارتباط له دلالة عند ٠,٠١ فان هذا يعني ان نسبة الثقة فيه ٩٩٪ ، وأن نسبة الشك في هذا المعامل تساوي (١ ٪) . اما اذا كان له دلالة عند (٠,٠٥) فان هذا يعني أن نسبة الشك في هذا المعامل

٥٪ بينما نسبة الثقة فيه تساوي ٩٥٪ .

ونعرض فيما يلي لجدول معاملات الارتباط : ـ

درجات الحرية (ن ـ ٢)	٠,٠٥	٠,٠١	درجات الحرية (ن ـ ٢)	٠,٠٥	٠,٠١
١	٩٩٧	١,٠٠٠٠	٢٤	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦
٢	٠,٩٥٠	٠,٩٩٠	٢٥	٠,٣٨١	٠,٤٨٧
٣	٠,٨٧٨	٠,٩٥٩	٢٦	٠,٣٧٤	٠,٤٧٨
٤	٠,٨١١	٩,١٧	٢٨	٠,٣٦١	٠,٤٦٣
٦	٠,٧٠٧	٠,٨٣٤	٢٩	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٧	٠,٦٦٦	٠,٧٩٨	٣٠	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٨	٠,٦٣٢	٠,٧٦٥	٣٥	٠,٣٢	٠,٤١٨
٩	٠,٦٠٢	٠,٧٣٥	٤٠	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
١٠	٠,٥٧٦	٠,٧٠٨	٤٥	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢
١١	٠,٥٥٣	٠,٦٨٤	٥٠	٠,٢٧٣	٠,٣٥٤
١٢	٠,٥٣٢	٠,٦٦١	٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٢٥
١٣	٠,٥١٤	٠,٦٤١	٧٠	٠,٢٣٢	٠,٣٠٢
١٤	٠,٤٩٢	٠,٦٢٣	٨٠	٠,٢١٧	٠,٢٨٣
١٥	٠,٤٨٢	٠,٦٠٦	٩٠	٠,٢٠٥	٠,٢٦٧
١٦	٠,٤٦٨	٠,٥٩٠	١٠٠	٠,١٩٥	٠,٢٥٤
١٧	٠,٤٥٦	٠,٥٧٥	١٢٥	٠,١٧٤	٠,٢٢٨
١٨	٠,٤٤٤	٠,٥٦١	١٥٠	٠,١٥٩	٠,٢٠٨
١٩	٠,٤٣٣	٠,٥٤٩	٢٠٠	٠,١١٣	٠,١٤٨
٢١	٠,٤١٣	٠,٥٢٦	٤٠٠	٠,٠٩٨	٠,١٢٨
٢٢	٠,٤٠٤	٠,٥١٥	٥٠٠	٠,٠٨٨	٠,١١٥
٢٣	٠,٣٩٦	٠,٥٠٥	١٠٠٠	٠,٠٦٢	٠,٠٨١

ولكي تتضح طريقة الحكم على معامل الارتباط وعما اذا كان له دلالة ام لا ، فاننا نعطي المثال التالي :-

طبق اختبار للتحصيل الدراسي على مجموعة مكونة من (٤٧) طالبا من طلاب مدرسة الصناعات الزخرفية ، وطلب من الباحث حساب معامل الارتباط بين مستوى التحصيل ومتغير السن لدى هؤلاء الطلاب ولقد حصل الباحث على معامل ارتباط يساوي (٠,٣٨٠) ولكي نعرف عما اذا كان هذا المعامل يدل على علاقة حقيقية بين متغيري السن والتحصيل الدراسي أم لا . . فاننا نحسب درجة الحرية وهي هنا تساوي ٤٧ — ٢ = ٤٥ . ونقوم بالكشف عن دلالة معامل الارتباط الذي وصلنا اليه نجد أنه يتجاوز قيمة الرقم الموجود تحت (٠,٠١) وكذلك القيمة الموجودة تحت (٠,٠٥) . وهذا يعني ان هذا الرقم دال عند مستوى ثقة (٠,٠١) ، أي أنه يدل على علاقة حقيقية بين هذين المتغيرين . .

الفصل السابع

مقاييس الدلالة

اختبار « ت » «t» test

يستخدم اختبار « ت » كوسيلة لمعرفة حقيقة الفرق بين مجموعتين ، وعما اذا كان هذا الفرق فرقا جوهريا . . . اي له دلالة Significance احصائية ام لا فاذا كان له دلالة احصائية فمعنى هذا ان هذا الفرق فرق حقيقي أما اذا كان الفرق ليس جوهريا ، أي ليس حقيقيا فان هذا يعني ان هذا الفرق سوف يختفي عند اجراء هذا البحث عدة مرات . .

وعند استخدام اختبار (ت) لمعرفة مدى دلالة الفرق بين متوسطي عينتين مختلفتين في العدد فاننا نستخدم المعادلة التالية :

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\dfrac{\text{ن}_1\,\text{ع}_1^2 + \text{ن}_2\,\text{ع}_2^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}\left(\dfrac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{\text{ن}_1 \times \text{ن}_2}\right)}}$$

علماً بأن م_1 = المتوسط الحسابي للعينة الأولى

علماً بأن م_2 = المتوسط الحسابي للعينة الثانية

علماً بأن ع_1 = الانحراف المعياري للعينة الأولى

علماً بأن ع_2 = الانحراف المعياري للعينة الثانية

وان (ن_1) تساوي عدد افراد العينة الأولى .

وان (ن_2) تساوي عدد افراد العينة الثانية

ويلاحظ اننا نطرح من (ن) رقمين اي (ن - ٢) .

أما اذا كان عدد افراد العينتين متساويتين فاننا نستخدم المعادلة التالية :

$$ت = \frac{م_١ - م_٢}{\sqrt{\dfrac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

ويلاحظ هنا اننا نطرح من (ن) **رقم واحد فقط**. أي (ن — ١).

واليك مثالين يتبين منهما كيفية الحصول على قيمة « ت » كذلك طريقة الكشف عن هذه القيمة وهل لها دلالة احصائية ام لا. أي هل « ت » تدل على وجود فرق حقيقي ام فرق يرجع لظروف التطبيق...؟

لقد اجرى باحث دراسة على مجموعتين من الطلبة والطالبات استخدم فيها اختبارا لقياس القدرة الموسيقية فكانت درجاتهم على النحو التالي:

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ
٥	٧	— ٢	— ١٤	٢٨
١٠	٨	— ١	— ٨	٨
١٥	٥	صفر	صفر	صفر
٢٠	١٠	١	١٠	١٠
٢٥	٩	٢	١٨	٣٦
٣٠	١١	٣	٣٣	٩٩
	٥٠		٦١	١٨١
			— ٢٢	
			٣٩	

$$م = ١٧,٥ + \frac{٣٩}{٥٠} \times ٥ = ١٧,٥ + ٠,٧٨ \times ٥$$

م = ١٧,٥ + ٣,٩٠ = ٢١,٤٠

$$ع = ٥ \sqrt{\frac{١٨١}{٥٠} - \left(\frac{٣٩}{٥٠}\right)^{٢}} = ع ٥ \sqrt{٣,٦٢ - (٠,٧٨)^{٢}}$$

$$ع = ٥ \sqrt{٣,٦٢ - ٠,٦٠٨٤} = ع ٥ ٣,٠١١٦$$

ع = ٥ × ١,٧٣٦ = ٨,٦٨٠

الطالبات

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ²
٥	٦	−٢	−١٢	٢٤
١٠	٦	−١	−٦	٦
١٥	٨	صفر	صفر	صفر
٢٠	٧	١	٧	٧
٢٥	١٥	٢	٣٠	٦٠
٣٠	١٨	٣	٥٤	١٦٢
	٦٠		−١٨	٢٥٩
			٩١	
			٧٣	

$$م = ١٧,٥ + \frac{٧٣}{٦٠} × ٥ = ١٧,٥ + ١,٢١٦ × ٥$$

م = ١٧,٥ + ٦,٠٨٣ = ٢٣,٣٨٥

$$ع = ٥ \sqrt{\frac{٢٥٩}{٦٠} - \left(\frac{٧٣}{٦٠}\right)^{٢}} = ع = ٥ \sqrt{٤,٣١٧ - (١,٢١٧)^{٢}}$$

$$\text{ع} = ٥\sqrt{٤,٣١٧ - ١,٤٨١} = \text{ع} = ٥\sqrt{٢,٨٣٦}$$

$$\text{ع} = ٥ \times ١,٦٨٤١ = ٨,٤٢٠٥$$

$$\text{ت} = \frac{٢١,٤٠ - ٢٣,٣٨٥}{\sqrt{\frac{٥٠ \times (٨,٦٨٠)^{٢} + ٦٠ \times (٨,٤٢١)^{٢}}{٥٠ + ٦٠ - ٢٠}\left(\frac{٥٠ + ٦٠}{٥٠ \times ٦٠}\right)}}$$

$$\text{ت} = \frac{-١,٩٨٥}{\sqrt{\frac{٥٠ \times ٧٥,٣٤٢ + ٦٠ \times ٧٠,٩١٣}{١١٠ - ٢}\left(\frac{١١٠}{٣٠٠٠}\right)}}$$

$$\text{ت} = \frac{-١,٩٨٥}{\sqrt{\frac{٣٧٦٧,١٢ + ٤٢٥٤,٧٩}{١٠٨}(,٠٣٦٧)}}$$

$$\text{ت} = \frac{-١,٩٨٥}{\sqrt{\frac{٨٠١٢,٩١}{١٠٨}(,٠٣٦٧)}}$$

$$\text{ت} = \frac{-١,٩٨٥}{\sqrt{٧٤,٢٧٧\,(٠,٠٣٦٧)}} = \frac{-١,٩٨٥}{\sqrt{٢,٧٢٦}}$$

$$\text{ت} = \frac{-١,٩٨٥}{١,٦٥١٠} = ١,٢٠٢$$

(ت) ليس لها دلالة عند أي من (٠,٠١) أو (٠,٠٥)

كذلك طبق هذا الباحث اختبارا لقياس المكانة السوسيومترية بين مجموعتين

متساويين من الطلبة والطالبات وكانت درجاتهم على النحو التالي، والمطلوب حساب قيمة (ت) للتأكد من وجود فرق حقيقي بين المجموعتين ام لا ..؟

الطلبة:

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ^{2}
٥	٩	-٢	-١٨	٣٦
١٠	١٢	-١	-١٢	١٢
١٥	٣	صفر	صفر	صفر
٢٠	١٠	١	١٠	١٠
٢٥	٦	٢	١٢	٢٤
	٤٠		-٣٠	٨٢
			+٢٢	
			-٨	

الطالبات:

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ²
٥	٥	−٢	−١٠	٢٠
١٠	٩	−١	−٩	٩
١٥	١٣	صفر	صفر	صفر
٢٠	١١	١	١١	١١
٢٥	٢	٢	٤	٨
	٤٠		−١٩	٤٨
			+١٥	
			−٤	

عينة الطلبة

$$م = ١٧,٥ + \frac{-٨}{٤٠} \times ٥ = ١٧,٥ + (-٠,٢) \times ٥$$

$$م = ١٧,٥ - ١ = ١٦,٥$$

$$ع = ٥ \sqrt{\frac{٨٢}{٤٠} - \frac{(-٨)^{٢}}{٤٠}}$$

$$ع = ٥ \sqrt{٢,٠٥ - (-٠,٢)^{٢}}$$

$$ع = ٥ \sqrt{٢,٠٥ - ٠,٠٤}$$

$$ع = ٥ \sqrt{٢,٠١} = ٥ \times ١,٤١٧٧ = ٧,٠٨٨٥$$

عينة الطالبات:

$$م = ١٧,٥ + \frac{-٤}{٤٠} \times ٥ = ١٧,٥ + (-٠,١) \times ٥$$

$$١٧,٥ + (-٠,٥) = ١٧,٥ \qquad -٠,٥ = -١٧,$$

$$ع = ٥ \sqrt{\frac{٤٨}{٤٠} - \frac{(-٤)^{٢}}{٤٠}}$$

$$ع = ٥ \sqrt{١,٢ - (-٠,١)^{٢}} = ٥ \sqrt{١,٢ - ٠,٠١}$$

$$ع = ٥ \sqrt{١,١٩} = ٥ \times ١,٠٩٠٩$$

$$ع = ٥,٤٥٤٥$$

وبما أن عدد أفراد العينتين واحد ، أي (٤٠) فاننا نستخدم المعادلة

$$\frac{م_{١} - م_{٢}}{\sqrt{\frac{ع_{١}^{٢} + ع_{٢}^{٢}}{ن - ١}}}$$

$$\text{فتكون } ت = \frac{١٦,٥ - ١٧}{\sqrt{\frac{(٧,٠٩)^{٢} + (٥,٤٥)^{٢}}{٤٠ - ١}}}$$

$$ت = \frac{-٠,٥}{\sqrt{\frac{٥٠,٢٦٨ + ٢٩,٧٠٣}{٣٩}}} = \frac{-٠,٥}{\sqrt{\frac{٧٩,٩٧١}{٣٩}}}$$

$$ت = \sqrt{\frac{-٠,٥}{٢,٠٥١}} = \sqrt{\frac{-٠,٥}{١,٤٣٢١}} = ٠,٣٤٩$$

ليس لها دلالة عند اي من مستويات الدلالة .

حساب الدلالة

ولكن كيف تم لنا الكشف عن دلالة (ت) أو عدم دلالتها ؟

في المثال الاول كانت قيمة (ت) تساوي ١,٢٠٢ بدرجة حرية ١٠٨ . لقد قمنا بالنظر في الجدول التالي عند درجة الحرية (١٠٨) تحت مستوى (٠,٠٥)، (٠,٠١) فتبين ان قيمة ت في الجدول عند (٠,٠٥) تساوي ١,٩٨ وهذه تفوق القيمة التي حصلنا عليها، وبذلك فان القيمة (١,٢٠٢) التي حصلنا عليها تؤكد عدم وجود دلالة ـ أي ليس هناك فرق بين المجموعتين في السمة المقاسة بينهما وهذا هو ما حدث بالنسبة للمثال الثاني والذي حصلنا فيه على قيمة (ت) وكانت تساوي ٠,٣٤٩ .

نسبة الاحتمالات

درجات الحرية (ن - ٣)	٠,٥٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
١	ت=١,٠٠٠	ت = ٦,٣٤	ت = ١٢,٧١	ت = ٣١,٨٢	ت = ٦٣,٦٦
٢	٠,٨١٦	٢,٩٢	٤,٣٠	٦,٩٦	٩,٩٢
٣	٠,٧٦٥	٢,٣٥	٣,١٨	٤,٥٤	٥,٨٤
٤	٠,٧٤١	٢,١٣	٢,٧٨	٣,٧٥	٤,٦٠
٥	٠,٧٢٧	٢,٠٢	٢,٥٧	٣,٣٦	٤,٠٣
٦	٠,٧١٨	١,٩٤	٢,٤٥	٣,١٤	٣,٧١
٧	٠,٧١١	١,٩٠	٢,٣٦	٣,٠٠	٣,٥٠
٨	٠,٧٠٦	١,٨٦	٢,٣١	٢,٩٠	٣,٣٦
٩	٠,٧٠٣	١,٨٣	٢,٢٦	٢,٨٢	٣,٢٥
١٠	٠,٧٠٠	١,٨١	٢,٢٣	٢,٧٦	٣,١٧
١١	٠,٦٩٧	١,٨٠	٢,٢٠	٢,٧٢	٣,١١
١٢	٠,٦٩٥	١,٧٨	٢,١٨	٢,٦٨	٣,٠٦
١٣	٠,٦٩٤	١,٧٧	٢,١٦	٢,٦٥	٣,٠١
١٤	٠,٦٩٢	١,٧٦	٢,١٤	٢,٦٢	٢,٩٨
١٥	٠,٦٩١	١,٧٥	٢,١٣	٢,٦٠	٢,٩٥
١٦	٠,٦٩٠	١,٧٥	٢,١٢	٢,٥٨	٢,٩٢
١٧	٠,٦٨٩	٠,١٧٤	٢,١١	٢,٥٧	٢,٩٠
١٨	٠,٦٨٨	١,٧٣	٢,١٠	٢,٥٥	٢,٨٨
١٩	٠,٦٨٨	١,٧٣	٢,٠٩	٢,٥٤	٢,٨٦
٢٠	٠,٦٨٧	١,٧٢	٢,٠٩	٢,٥٣	٢,٨٤

درجات الحرية (ن - ٢)	٠,٥٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
٢١	٠,٦٨٦	١,٧٢	٢,٠٨	٢,٥٣	٢,٨٣
٢٢	٠,٦٨٦	١,٧٢	٢,٠٧	٢,٥١	٢,٨٢
٢٣	٠,٦٨٥	١,٧١	٢,٠٧	٢,٥٠	٢,٨١
٢٤	٠,٦٨٥	١,٧١	٢,٦	٢,٤٩	٢,٨٠
٢٥	٠,٦٨٤	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٨	٢,٧٨
٢٦	٠,٦٨٤	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٨	٢,٧٨
٢٧	٠,٦٨٤	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٧
٢٨	٠,٦٨٣	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٦
٢٩	٠,٦٨٣	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٦	٢,٧٦
٣٠	٠,٦٨٣	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٦	٢,٧٥
٣٥	٠,٦٨٢	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٢
٤٠	٠,٦٨١	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤٢	٢,٧١
٤٥	٠,٦٨٠	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤١	٢,٦٩
٥٠	٠,٦٧٩	١,٦٨	٢,٠١	٢,٤٠	٢,٦٨
٦٠	٠,٦٧٨	٠,٦٧	٢,٠٠	٢,٣٩	٢,٦٦
٧٠	٠,٦٧٨	١,٦٧	٢,٠٠	٢,٣٨	٢,٦٥
٨٠	٠,٦٧٧	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٨	٢,٦٤
٩٠	٠,٦٧٧	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٧	٢,٦٣
١٠٠	٠,٦٧٧	١,٦٦	١,٩٨	٢,٣٦	٢,٦٣
١٢٥	٠,٦٧٦	١,٦٦	١,٩٨	٢,٣٦	٢,٦٢
١٥٠	٠,٦٧٦	١,٦٦	١,٩٨	٢,٣٥	٢,٦١
٢٠٠	٠,٦٧٥	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٥	٢,٦٠
٣٠٠	٠,٦٧٥	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩

درجات الحرية (ن - ٣)	٠,٥٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
٤٠٠	٠,٦٧٥	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩
٥٠٠	٠,٦٧٤	١,٦٥	١,٩٦	٢,٣٣	٢,٥٩
١٠٠٠	٠,٦٧٤	١,٦٥	١,٩٦	٢,٣٣	٢,٥٨
	٠,٦٧٤	١,٦٥	١,٩٦	٢,٣٣	٢,٥٨

الفصل الثامن

تحليل التباين

Analysis of Variance

يهدف تحليل التباين الى قياس دلالة الفروق بين مجموعتين او اكثر ، وعما اذا كانت هذه الفروق، ان وجدت، راجعة الى اختلاف حقيقي بين هذه المجموعات وليس راجعة الى ظروف التجريب (التطبيق) او الى المصادفة.

ويتميز تحليل التباين عن اختبار « ت » في ان هذا الاخير يحاول كشف النقاب عن الفروق بين مجموعتين، بين الذكور والاناث مثلا .. الخ ويقوم تحليل التباين على اساس الحصول على نسبة (ف) «F. ratio» التي توك اليها Eisher والتي هي محك الحكم في ضوء الجدول الذي وضعه Snedecor .

وعلى سبيل المثال فهناك ثلاثة مجموعات من الطلاب المتنسبين لمستويات اجتماعية مختلفة والمطلوب معرفة اذا ما كان هناك فرق بين هذه المجموعات الثلاثة بسبب تباين المستوى الاقتصادي ام لا .

(أ)	(ب)	(جـ)
٧	٦	٨
٨	٨	٧
٩	٥	١١
٦	٤	١٠
٥	٣	٩
مج = ٣٥	مج = ٢٥	مج = ٤٥
م = ٧	م = ٥	م = ٩

اذا اردنا الحصول على نسبة ف F. ratio فعلينا **أولاً**:

حساب متوسطات المجموعات الثلاثة كل على حدة:

فمتوسط المجموعة الاولى = ٣٥ / ٥ = ٧

ومتوسط المجموعة الثانية = ٢٥ / ٥ = ٥

كذلك فان متوسط المجموعة الثالثة = ٤٥ / ٥ = ٩

ثانيا:

حساب المتوسط **الحسابي العام** (اي المتوسط الحسابي لمجموع المتوسطات الثلاثة) وهو يساوي هنا:

(٧ + ٥ + ٩) / ٣ = ٢١ / ٣ = ٧

ثالثا:

حساب التباين العام General variance اي مجموع مربعات **انحراف القيم في** كل مجموعة عن **المتوسط** العام:

^٢٧ - ٥) +^٢(٧ - ٦) +^٢(٧ - ٩) +^٢(٧ - ٨) +^٢(٧ - ٧)
^٢(٧ - ٣) +^٢(٧ - ٤) +^٢(٧ - ٥) +^٢(٧ - ٨) +^٢(٧ - ٥) +
=^٢(٧ - ٩) +^٢(٧ - ١٠) +^٢(٧ - ١١) +^٢(٧ - ٧) +^٢، ٧ - ٨) +
+^٢(٢ -)] +[^٢(٢ -) +^٢(١-) +^٢(٢) +^٢(١) +^٢(صفر)]
^٢(٣) +^٢(٤) +^٢(صفر) +^٢(١)] ^٢(٤ -) +^٢(٣ -) +^٢(٢ -)) +^٢(١)
+ [١٦ +٩ +٤ +١ +٤] + [٤ +١ +٤ +١ + صفر] =[^٢(٢) +
٧٤ = [٤ +٩ +١٦ + صفر + ١]

رابعا :

حساب التباين بين المجموعات اي حساب مربعات انحراف المتوسطات الفرعية عن المتوسط العام وهذا يساوي مجموع مربعات الفروق في العينة .

= (٧ — ٧)٢ + (٧ — ٥)٢ + (٧ — ٩)٢ × ٥ =

= (صفر)٢ + (— ٢)٢ + (٢)٢ × ٥ =

صفر + ٤ + ٤ × ٥ = صفر + ٨ × ٥ = **[٤٠]**

خامسا :

حساب التباين داخل المجموعات اي حساب مربع انحراف القيم **داخل المجموعات عن متوسطها الحسابي** وهو يساوي مجموع مربعات الفروق بين قيم المجموعة ومتوسطها الحسابي .

المجموعة الاولى = (صفر)٢ + (١)٢ + (٢)٢ + (— ١)٢ + (— ٢)٢

المجموعة الثانية = (صفر)٢ + (٣)٢ + (صفر)٢ + (— ١)٢ + (— ٢)٢

المجموعة الثالثة = (— ١)٢ + (— ٢)٢ + (٢)٢ + (١)٢ + (صفر)٢

المجموعة الاولى = صفر + ١ + ٤ + ١ + ٤ = ١٠ +

المجموعة الثانية = صفر + ٩ + صفر + ١ + ٤ = ١٤ +

المجموعة الثالثة = ١ + ٤ + ٤ + ١ + صفر = ١٠ + = **[٣٤]**

يلاحظ ان مجموع انحرافات القيم عن المتوسط العام يساوي (٧٤) وهذا هو مجموع مربعات انحراف المتوسطات الفرعية عن المتوسطالعام في عدد الافراد اي (٨ × ٥) تساوي (٤٠) زائد مجموع انحراف القيم داخل المجموعات عن متوسطها الحسابي.وهذا يساوي (٧٤) .

سادسا :

حساب درجات الحرية Degrees of freedom

(أ) درجة الحرية بين المجموعات = عدد المجموعات — ١ اي ٣ — ١ = ٢

(ب) درجة الحرية داخل المجموعات = عدد المجموعة الاولى — ١ + عدد المجموعة الثانية — ١ + عدد المجموعة الثالثة — ١ اي $ن_1$ + $ن_2$ — ١ + $ن_3$ — ١ اي ٥ — ١ + ٥ — ١ + ٥ — ١ = ١٢

(جـ) درجة الحرية الكلية = عدد القيم — ١ = ١٥ — ١ = ١٤

∴ التباين بين المجموعات = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠

∴ التباين داخل المجموعات = $\frac{٣٤}{١٢}$ = ٢,٨٣

∴ نسبة ف F. ratio = $\frac{\text{بين المجموعات}}{\text{داخل المجموعات}} = \frac{٢٠}{٢,٨٣}$ = ٧,٠٧

ويمكن ان نكون الجدول التالي :

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين التقديري
بين المجموعات	٤٠	٢	٢٠
داخل المجموعات	٣٤	١٢	٢,٨٣
المجموع الكلي	٧٤	١٤	٢٢,٨٣

وبالكشف عن قيمة (ف) نجد ان « ف » ليس لها دلالة اي ان الفرق هنا ليس فرقا حقيقيا . . .

طبق احد الباحثين في علم النفس الاجتماعي استبيانا للاتجاهات على اربعة مجموعات فكانت درجاتهم على النحو التالي والمطلوب معرفة هل هناك فرق حقيقي في الاتجاهات بين هذه المجموعات ام لا . . .

أ	ب	جـ	د
٢٢	٣٨	٢٥	٢٥
١٦	٤٢	٢	٢٢٣
٢٥	٣٥	٢٧	٢١
٣٥	٣٦	٢٩	١٩
٢٠	٣٧	٤١	٢٢
٣٤	٤٠	٣٤	٢٣
٣٨	٤١	٣٧	٤٤
٢٢	٣٩	٢٨	٢٠
٣٧	٣٥	٣٥	٢٧
٢١	٣٧	٤٢	١٧

نبدأ أولا بحساب المتوسط الحسابي لكل مجموعة على جدة :

متوسط المجموعة الاولى $= \frac{٢٧٠}{١٠} = ٢٧$

متوسط المجموعة الثانية $= \frac{٣٨٠}{١٠} = ٣٨$

متوسط المجموعة الثالثة = ٣٣٠ / ١٠ = ٣٣

متوسط المجموعة الرابعة = ٢٢٠ / ١٠ = ٢٢

كذلك نحسب المتوسط العام (وهو يساوي مجموع المتوسطات الاربعة :

= (٢٧ + ٣٨ + ٣٣ + ٢٢) / ٤ = ١٢٠ / ٤ = ٣٠

ثم نقوم بحساب التباين العام (وهو يساوي مجموع مربعات انحراف القيم في كل مجموعة عن المتوسط العام :

المجموعة الاولى [٦٤ + ١٩٦ + ٢٥ + ٢٥ + ١٠٠ +
١٦ + ٦٤ + ٦٤ + ٤٩ + ٨١] +

المجموعة الثانية ٦٤ + ١٤٤ + ٢٥ + ٣٠ + ٤٩ +
١٠٠ + ١٢١ + ٨١ + ٢٥ + ٤٩] +

المجموعة الثالثة ٢٥ + ٤ + ٩ + ١ + ١٢١ + ١٦ +
٤٩ + ٤ + ٢٥ + ١٤٤] +

المجموعة الرابعة ٢٥ + ٦٤ + ٨١ + ١٢١ + ٦٤ + ٤٩ +
٣٦ + ١٠٠ + ٩ + ١٦٩] =

٦٨٤ + ٦٩٤ + ٣٩٨ + ٧١٨ = **٢٤٩٤**

كذلك نحسب التباين بين المجموعات اي حساب مربعات انحراف المتوسطات الفرعية عن المتوسط العام (وهذا يساوي مجموع مربعات الفروق في العينة)

٩ + ٦٤ + ٩ + ١٠٦٤ = **١٤٦٠**

ثم حساب التباين داخل المجموعات اي حساب مربع انحراف القيم داخل المجموعات عن متوسطها الحسابي (وهو يساوي مجموع مربعات الفروق بين قيم المجموعة ومتوسطها الحسابي:

المجموعة الاولى ٢٥ + ١٢١ + ٤ + ٦٤ + ٤٩ + ٤٩ +
١٢١ + ٢٥ + ١٠٠ + ٣٦] +

المجموعة الثانية صفر + ١٦ + ٩ + ٤ + ١ + ٤ + ٩ + ١ +
٩ + ١] +

المجموعة الثالثة [٦٤ + ١ + ٣٦ + ١٦ + ٦٤ + ١ + ١٦ +
٢٥ + ٤ + ٨١] +

المجموعة الرابعة ٩ + صفر + ١ + ٩ + صفر + ١ + ٤ +
٤ + ٢٥ + ٢٥] =

٥٩٤ + ٥٤ + ٣٠٨ + ٧٨ = **١٠٣٤**

بعد ذلك نحسب درجات الحرية. فدرجة الحرية بين المجموعات تساوي عدد المجموعات ـ ١ أي ٤ ـ ١ = **٣**

أما درجة الحرية داخل المجموعات فتساوي عدد المجموعة الاولى —١ وعدد المجموعة الثانية —١ وعدد المجموعة الثالثة —٢١ وعدد المجموعة الرابعة —١ أي ١٠ — ١ + ١٠ — ١ + ١٠ — ١ = **٣٦**.

أما درجة الحرية الكلية فتساوي عدد القيم —١ = ٤٠ — ١ = **٣٩**

ويمكن ان نكون الجدول التالي:

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين التقديري
بين المجموعات	١٤٦٠	٣	٤٨٦,٦٧
داخل المجموعات	١٠٣٤	٣٦	٢٨,٧٢
المجموع الكلي	٢٤٩٤	٣٩	٥١٥,٣٩

وعلى ذلك فان نسبة ف = $\frac{٤٨٦,٦٧}{٢٨,٧٢}$ = ١٦,٩٥ .

وبالرجوع لجدول ف الذي وضعه Snedecor فاننا نجد ان قيمة ف ذات الدلالة عند (٠,٠٥) تنحصر بين ٢,٨٤ ، ٢,٩٢ وعند نسبة (٠,٠١) بين ٤,٣١ ، ٤٥١ ولما كانت نسبة ف التي حصلنا عليها تفوق هذه النسب جميعها فهي بذلك تدل على وجود فروق حقيقية بين هذه المجموعات الاربعة في الاتجاهات .

ولكن علينا أن نسأل اي المجموعات هي السبب في زيادة التباين بين المجموعات عن التباين داخل المجموعات الى هذا الحد؟ .. علينا في هذه الحالة لنتبين حقيقة الامور ان نقوم بحساب معامل (ت) بين كل مجموعتين اي حساب (٦) معاملات في هذه الحالة اي بين المجموعة الاولى والثانية ، والاولى والثالثة ، والاولى والرابعة ، المجموعة الثانية والثالثة ، والثانية والرابعة ، والثالثة والرابعة .

وبحساب قيمة (ت) للمجموعات الاربعة توصلنا للجدول التالي :

المجموعات	قيمة ت	الدلالة عند (٠,٠٥)	الدلالة عند ٠,٠١
١ ، ٢	٤,١٠٤	لها دلالة	لها دلالة
١ ، ٣	١,٧٩	ليس لها دلالة	ليس لها دلالة
١ ، ٤	١,٨٧	ليس لها دلالة	ليس لها دلالة
٢ ، ٣	٢,٤٤	ليس لها دلالة	ليس لها دلالة
٢ ، ٤	١٣,٢١	لها دلالة	لها دلالة
٣ ، ٤	٥,٣١	لها دلالة	لها دلالة

ومن النظر في الجدول السابق يتبين ان المجموعتين الثانية والرابعة

والمجموعتين الثالثة والرابعة هي المجموعات التي كانت قيمة ت اكبر قيمة بالنسبة للقيم كلها وبذلك يتبين ان هناك فروق حقيقية في الاتجاهات وان كانت المجموعات الاولى والرابعة يمكن ان يكونا ذات اتجاهات واحدة وليس بينهما فروق وكذلك الامر بين المجموعات الثانية والرابعة..

تمارين:

١ ـ احسب نسبة (ف) من الدرجات التالية ليتبين ما اذا كان هناك فرق بين المجموعات الاربعة ام لا..

أ	ب	جـ	د
٥	٣	٢	٣
٨	٥	٢	٣
٨	٥	٢	٣
٥	٣	٢	٣

٢ ـ طبق اختيار ادائي بسيط على مجموعة مكونة من ثلاثة مجموعات والمطلوب التأكد من وجود فرد ذو دلالة بين في اداء هذه المجموعات الثلاثة:

أ	ب	جـ
١٠	٦	٣
٧	٧	٢
١٠	٤	٧
١٢	٤	٧
١٢	٩	٦
١١	٩	٢

فهرس الكتاب

صفحة

الفصل الثاني

الفصل الثالث

الفصل الرابع

الفصل الخامس

الفصل السادس

الفصل السابع

الفصل الثامن

تم بحمدالله